

Міністерство освіти і науки України

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
"Харківський авіаційний інститут"



ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи

В. В. Павліков

(ініціали та прізвище)

« 31 » 08 2022 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА
ВИБІРКОВОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Теорія пружності
(назва вибраної дисципліни)

Галузь знань: 13 «Математика та статистика»
(шифр і назва галузі)

Спеціальність: 113 «Прикладна математика»
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма: «Прикладна математика»
(найменування освітньої програми)

Рівень вищої освіти: третій (освітньо-науковий)

Форма навчання: денна

Харків 2022 рік

Робоча програма «Теорія пружності» для здобувачів третього рівня спеціальності 113 «Прикладна математика»

«28» серпня 2022 р., 12 с.

Розробник програми: С.С. Куреннов, професор кафедри вищої математики та системного аналізу, д.т.н., доцент



Робочу програму розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та системного аналізу

Протокол № 1 від «30» серпня 2022 р.
Завідувач кафедри д.ф.-м.н., професор
(науковий ступінь та вчене звання)



О.Г. Ніколаєв
(ініціали та прізвище)

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показника	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни (денна форма навчання)
Кількість кредитів – 7	Галузь знань <u>11 «Математика та статистика»</u> (шифр і найменування) Спеціальність <u>113 «Прикладна математика»</u> (код і найменування) Освітня програма <u>«Прикладна математика»</u> (найменування) Рівень вищої освіти: Третій (PhD)	<i>Вибіркова (перелік 1)</i>
Кількість модулів – 2		Навчальний рік
Кількість змістовних модулів – 2		2022/2023
Індивідуальне завдання _____ (назва)		Семестр
Загальна кількість годин – 80/130		<u>1</u> -й
		Лекції*
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 5 самостійної роботи студента – 8		<u>30</u> годин
		Практичні, семінарські*
		<u>50</u> годин
		Лабораторні*
	____ години	
	Самостійна робота	
	<u>130</u> годин	
	Вид контролю	
	модульний контроль, іспит	

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної роботи становить: 80/130.

*Аудиторне навантаження може бути зменшене або збільшене на одну годину залежно від розкладу занять.

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета вивчення: дати основні відомості теорії напруженого і деформованого стану, фізичного закону і критеріїв міцності. Вивчити елементи механіки конструкцій, такі як математичні моделі стрижнів, товстостінних труб, пластин тощо, а також надати основи базових методів розв'язання задач теорії пружності.

Завдання: – надати знання із основ напружено-деформованого стану суцільного середовища та основних припущень, які застосовуються при побудові теорій стрижнів та пластин. Дати основи механіки анізотропних тіл та елементи механіки руйнування.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких загальних **компетентностей**:

Здатність розв'язувати комплексні проблеми в галузі професійної та/або дослідницько-інноваційної діяльності у сфері математики та статистики, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань та/або професійної практики.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

ЗК02. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

СК01. Здатність виконувати оригінальні дослідження, досягати наукових результатів, які створюють нові знання у галузях математики і статистики та дотичних до них міждисциплінарних напрямках і можуть бути опубліковані у провідних наукових фахових виданнях з та суміжних галузей.

СК03. Здатність застосовувати сучасні інформаційні технології, бази даних та інші електронні ресурси, спеціалізоване програмне забезпечення у науковій та навчальній діяльності.

СК05. Здатність виявляти, ставити та вирішувати проблеми дослідницького характеру у науковому пізнанні, оцінювати та забезпечувати якість виконуваних досліджень.

СК07. Здатність дотримуватись етики досліджень, а також правил академічної доброчесності в наукових дослідженнях та науково-педагогічній діяльності.

СК09 Здатність до продукування нових ідей і розв'язання комплексних проблем наукового пізнання, а також до застосування сучасних методологій, методів та інструментів педагогічної та наукової діяльності у сфері прикладної математики.

Програмні результати навчання:

ПРН01. Мати передові концептуальні та методологічні знання з прикладної математики і на межі предметних галузей, а також дослідницькі навички, достатні для проведення наукових і прикладних досліджень на рівні останніх світових досягнень з відповідної галузі, отримання нових знань та/або здійснення інновацій.

ПРН03. Формулювати і перевіряти гіпотези; використовувати для обґрунтування висновків належні докази, зокрема, результати теоретичного аналізу, експериментальних досліджень (опитувань, спостережень тощо) і математичного та/або комп'ютерного моделювання, наявні літературні дані.

ПРН04. Розробляти та досліджувати концептуальні, математичні і комп'ютерні моделі процесів і систем, ефективно використовувати їх для отримання нових знань та/або створення інноваційних продуктів у прикладній математиці та дотичних міждисциплінарних напрямках.

ПРН05. Планувати і виконувати експериментальні та/або теоретичні дослідження з прикладної математики та дотичних міждисциплінарних напрямків з використанням сучасних інструментів, критично аналізувати результати власних досліджень і результати інших дослідників у контексті усього комплексу сучасних знань щодо досліджуваної проблеми.

ПРН08. Розуміти загальні принципи та методи прикладної математики, а також методологію наукових досліджень, застосувати їх у власних дослідженнях у сфері прикладної математики та у викладацькій практиці.

За результатами навчання студент повинен

Знати:

- фізичну суть явищ, що відбуваються у суцільному середовищі та елементах конструкції при навантаженні;
- основні положення теорії пружності анізотропного тіла;
- основні типи симетрії анізотропного тіла;
- основні гіпотези міцності, критерії руйнування та знати основні методи випробування матеріалів на міцність та на встановлення пружних характеристик;
- основні математичні моделі одновимірних та двовимірних конструктивних елементів (стрижнів та пластин) та володіти методами аналізу конструкцій на жорсткість та міцність.

Вміти:

- перетворювати тензори напружень і деформацій, знаходити головні компоненти;
- перетворювати тензор жорсткості при повороті осей координат;
- аналізувати напружений стан на міцність із використанням різних критеріїв міцності;
- досліджувати двовимірний напружений стан стрижнів при крученні та областей із круговою симетрією (кілець, труб, тощо);
- досліджувати напружений стан стрижнів та пластин;

Бути ознайомленим:

- з чисельними методами розв'язання задач теорії пружності;
- постановками задач про розповсюдження хвиль у пружних тілах;
- з задачами на втрату стійкості стрижнів та пластин;
- із критеріями міцності композитних матеріалів;

Мати навички:

- з розв'язання задач теорії пружності в переміщеннях та напруженнях аналітичними методами;
- з дослідження напруженого стану стрижнів та пластин аналітичними методами;

Міждисциплінарні зв'язки: дисципліни-попередники – «Вища математика», «Моделювання складних систем», «Диференціальні рівняння».

3. Програма навчальної дисципліни

Модуль 1.

Змістовий модуль 1. Теорія деформацій, теорія напружень, закон Гука.

Тема 1. Вступ. Місце теорії пружності в системі наукових знань. Предмет теорії пружності. Пружність, ідеальна пружність. Основні гіпотези класичної теорії пружності.

Тема 2. Теорія деформацій.

Мала деформація: тензор Коші, співвідношення Коші. Головні напрямки тензорів деформації, головні деформації, інваріанти, поверхня деформації. Відносна зміна об'єму, середнє видовження. Розклад вектора переміщення на чисту деформацію та абсолютно жорстке переміщення. Девіатор деформації, інтенсивність деформації зсуву, інтенсивність деформації.

Тема 3. Теорія напружень.

Теорія напружень. Об'ємні та поверхневі сили, постулат Коші, фундаментальна лема Коші. Фундаментальна теорема Коші, тензор напружень Коші. Рівняння руху середовища, закон парності напружень. Теорема про взаємність нормальних складових. Поверхня напружень Коші, інваріанти, головні напрямки і головні напруження. Головні дотичні напруження. Круги Мора. Гідростатичний та девіаторний напружений стан. Октаедричні напруження

Тема 4. Закон Гука.

Узагальнений закон Гука. Лінійна залежність між компонентами тензорів напружень і деформацій. Зведення числа пружних сталих для різних випадків симетрії будови тіла. Модулі пружності ізотропного тіла. Зміна пружних властивостей композиту при зміні кутів укладки.

Тема 5. Критерії міцності.

Руйнування тіла. Концентрація напружень. Принцип Сен-Венана. Гіпотези міцності. Критерії максимальних головних напружень і деформацій. Енергетичні критерії міцності. Критерій Мізеса-Хілла. Основи втомного руйнування.

Модуль 2.

Змістовий модуль 2. Простіші задачі теорії пружності.

Тема 1. Задачі теорії пружності в циліндричних координатах.

Рівняння в циліндричних координатах. Напружений стан товстостінної труби (задача Ламе), двошарові труби, температурні напруження (задача Гадоліна). Концентрація напружень біля круглого вирізу у нескінченній пластині (задача Кірша)

Тема 2. Кручення стрижнів.

Кручення призматичних стрижнів. Задача Сен-Венана. Функція напружень Прандтля. Кручення стрижня еліптичного поперечного перерізу. Кручення стрижня прямокутного поперечного перерізу. Аналогії при крученні. Концентрація напружень при крученні.

Тема 3. Згин стрижнів.

Модель балки Бернуллі та Тимошенко. Рівняння пружної лінії. Поздовжній згин балки і втрата стійкості. Балка на пружній основі. Коливання балок.

Тема 4. Згин пластин

Теорії мембран та пластин. Рівняння Софі Жермен. Згин прямокутних анізотропних пластин. Втрати стійкості пластин. Згин круглих ізотропних пластин. Коливання пластин.

4. Структура навчальної дисципліни

Назва змістовного модуля і тем	Кількість годин				
	Усього	У тому числі			
		Л	п	лаб.	С. р.
1	2	3	4	5	6
Модуль 1					
Змістовий модуль 1. Теорія деформацій, теорія напружень, закон Гука					
Тема 1. Вступ.	2	2			
Тема 2. Теорія деформацій.	10	4	4		2
Тема 3. Теорія напружень.	10	4	4		2
Тема 4. Закон Гука.	23	4	4		15
Тема 5. Критерії міцності	28	2	4		22
Разом за змістовним модулем 1	73	16	16		41
Модуль 2					
Змістовий модуль 2. Простіші задачі теорії пружності					
Тема 1.. Задачі теорії пружності в циліндричних координатах.	32	4	8		20
Тема 2. Кручення стрижнів.	36	4	8		24
Тема 3. Згин стрижнів.	30	2	8		20
Тема 4. Згин пластин	39	4	10		25
Разом за змістовним модулем 1	137	14	34		89
Усього годин	210	30	50		130

5. Теми практичних занять

№ п/п	Назва теми	Кількість годин
1	Головні напрямки тензорів деформації, головні деформації, інваріанти, поверхня деформації. Шаровий тензор і девіатор.	4
2	Поверхня напружень Коші, інваріанти, головні напрямки і головні напруження. Головні дотичні напруження. Круги Мора. Гідростатичний та девіаторний напружений стан. Визначення напружень і деформацій у тілі в умовах	4

	плоского напруженого стану	
3	Зведення числа пружних сталих для різних випадків симетрії будови тіла. Модулі пружності ізотропного тіла. Зміна пружних властивостей композиту при зміні кутів укладки. Пружні характеристики пакету.	4
4	Критерії максимальних головних напружень і деформацій. Енергетичні критерії міцності композитів. Критерій Мізеса. Міцність пакету. Розрахунок на втомне руйнування.	4
5	Напружений стан товстостінної труби. Двошарова труба. Задача Гадоліна. Натяг труби.	4
6	Задача Кірша. Концентрація напружень біля отворів.	4
7	Кручення стрижня еліптичного поперечного перерізу. Кручення стрижня прямокутного поперечного перерізу	4
8	Концентрація напружень при крученні стрижнів. Кручення тонкостінних стрижнів замкнутого і незамкнутого контуру.	4
9	Рівняння пружної лінії балки, крайові умови.	1
10	Поздовжній згин балки. Втрата стійкості. Спектральна задача.	3
11	Тришарові балки.	2
12	Коливання балок.	2
14	Згин прямокутних анізотропних пластин при різних крайових умовах	2
15	Втрата стійкості прямокутних пластин.	2
16	Осесиметричний і неосесиметричний згин круглих пластин	4
17	Коливання пластин	2
	Разом	50

6. Теми семінарських занять

№ п/п	Назва теми	Кількість годин
1		
2		
	Разом	

7. Теми лабораторних занять

№ п/п	Назва теми	Кількість годин

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Лінійні і нелінійні деформації. Тензор деформації Гріна, механічний зміст його компонент. Тензори деформації Альманзі, обертання Лагранжа та Ойлера.	2
2	Тензор Піоли. Тензор функцій напружень, функції напруження Максвелла, Морера.	2
3	Композити. Кристали. Симетрія кристалів. Експериментальне встановлення пружних характеристик матеріалу. Постановка задачі теорії пружності в напруженнях – рівняння Бельтрамі-Мічелла, Визначення зміщень за відомим об'ємним розширенням та обертанням. Подання загального розв'язку рівнянь Ляме у формах Папковича – Нейбера та Гальоркіна.	15
4	Теорія дислокацій. Поверхня навантаження. Умови текучості Треска-Сен-Венана. Моделі середовища зі зміцненням. Теорії течіння для матеріалу зі зміцненням: ізотропне зміцнення. Моделі руйнування.	22
5	Задача Буссінеска. Залишкові деформації у товстостінних трубах. Автофретування. Задача Кірша для еліптичного вирізу. Задача Ляме для порожнистої сфери під внутрішнім тиском.	20
6	Функція напружень Ері. Фізичні аналогії в задачі кручення стрижнів. Розв'язок задачі кручення за допомогою варіаційних методів. Метод скінчених елементів в задачі кручення стрижня.	24

7	Згин стрижів криволінійної форми. Згин кільця та кільцевого сегменту. Позацентровий згин стрижня. Поздовжній згин стрижня власною вагою і втрата стійкості. Математичні моделі тришарових стрижнів та клейових з'єднань внапуск. Поздовжні, поперечні і крутильні коливання стрижнів. Зв'язані крутильно-згинальні коливання стрижнів.	20
8	Товстостінні та тонкостінні пластини. Втрата стійкості пластин прямокутної форми при різних крайових умовах. Тришарові пластини. Неосесиметричний згин круглих пластин.	25
	Разом	140

9. Індивідуальне завдання

Не передбачено навчальним планом

10. Методи навчання

За джерелами придбання знань – словесні: лекція (вступна, традиційна, проблемна, з помилками), бесіда (евристична), диспут, дискусія, робота з друкованими та інтернет-джерелами; наочні: ілюстрація, спостереження; практичні: вправа, лабораторна робота.

За характером пізнавальної діяльності тих, хто навчається – інформаційно-репродуктивний, репродуктивний, проблемне викладання, частково-пошуковий.

За логікою пізнання – індуктивний, дедуктивний, аналогій, вивідних знань.

Методи перевірки й оцінки знань, умінь, навичок: спостереження, усне опитування, тестування (традиційне та машинне).

11. Методи контролю

Опитування на лекціях. Робота на практичних заняттях.

Форма підсумкового контролю успішності навчання: іспит (письмово).

12. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

12.1. Розподіл балів, які отримують студенти (кількісні критерії оцінювання) і

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовний модуль 1			
Поточний контроль	1...5	8	8...40
Змістовний модуль 2			
	1...5	17	17...85
Усього за семестр			25...125

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування й за наявності допуску до іспиту. Під час складання семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту/заліку складається з двох теоретичних питань (кожне питання 25 балів) та двох практичних питань (кожне питання 25 балів).

12.2. Якісні критерії оцінювання

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки: основні гіпотези теорії пружності, основні рівняння – рівноваги, сумісності деформацій, фізичний закон. Двовимірні задачі теорії пружності.

Необхідний обсяг вмінь для одержання позитивної оцінки: знати основні задачі і методи розв'язання двовимірних задач теорії пружності, знати основні математичні моделі балок і пластин.

12.3 Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру

Задовільно (60-74). Показати мінімум знань та умінь. Розуміти як застосовувати математичні моделі балок та пластин. Знати основні властивості тензорів деформацій та напружень. Вміти приводити тензори до головних компонент. Знати основні пружні характеристики ізотропних тіл.

Добре (75-89). Здатність самостійно застосовувати вивчений матеріал на рівні стандартних ситуацій, наводити окремі власні приклади на підтвердження власних тверджень. Вміння доводити правильність розв'язків задач. Володіти основними знаннями з теорії напружень і деформацій.

Відмінно (90-100). Досконально знати всі теми та вміти застосовувати їх.

Шкала оцінювання: бальна і традиційна

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

13. Методичне забезпечення

1. Розроблений лекційний курс та комплекс презентацій
2. Розроблені питання для підсумкового контролю успішності навчання
3. Дібрані матеріали для самостійної роботи студентів

14. Рекомендована література

Базова:

1. Божидарник В.В. Елементи теорії пружності / В.В. Божидарник , Г.Т. Сулим - Львів: Світ. – 1994. - 580 с.
2. Амензаде Ю.А. Теория упругости / Ю.А. Амензаде - Баку: Изд-во Азерб. гос. изд. уч.-пед.л-ры. - 1968. - 250 с.
3. Деменко В. Ф., Куреннов С. С. Основы теории напряжено-деформованого стану : навч. посіб. / М-во освіти і науки України, Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т». - Харків. - 2018. - 256 с.

Допоміжна:

1. Ильющин А.А., Ломакин В.А., Шмаков А.П. Задачи и упражнения по механике сплошной среды. Издательство Московского Университета 1973 г.
2. Дибир А.Г., Макаров О.В. и др. Практические расчеты на прочность конструктивных элементов. Часть 1. Учеб. пособие. - Харьков: Харьк. авіац. ін-т, 2007. - 102 с.

15. Інформаційні ресурси

<https://library.khai.edu/>