

Міністерство освіти і науки України

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського  
“Харківський авіаційний інститут”

кафедра № 405 “Вищої математики та системного аналізу”

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Голова НМК 2, к.т.н., доцент

 Крицький Д.М.  
(підпис) (ініціали та прізвище)

« 31 » 08 2021 р.

## **РОБОЧА ПРОГРАМА ОБОВ'ЯЗКОВОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

### **Вища математика**

(шифр і назва навчальної дисципліни)

Галузь знань: 12 «Інформаційні технології»  
(шифр і назва)

Спеціальність: 122 «Комп'ютерні науки»  
126 «Інформаційні системи та технології»  
(шифр і назва спеціальності)

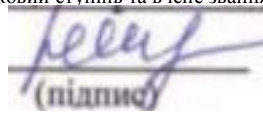
Освітні програми: Інформаційні технології проектування.  
Інформаційні системи та технології підтримки віртуальних середовищ  
Комп'ютеризація обробки інформації та управління.  
Розподілені інформаційні системи  
(найменування освітніх програм)

**Форма навчання: денна**

**Рівень вищої освіти: перший( бакалаврський)**

**Харків 2021**

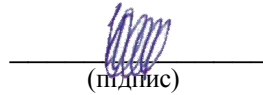
Розробник: Щербакова Ю.А., доцент кафедри вищої математики та системного аналізу, к. фіз.-мат.н., доцент  
(прізвище та ініціали, посада, науковий ступінь та вчене звання)

  
(підпис)

Робочу програму розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та системного аналізу

Протокол № 11 від “25” червня 2021 р.

Завідувач кафедри д.ф.-м.н., професор  
(науковий ступінь та вчене звання)

  
(підпис)

О.Г. Ніколаєв  
(ініціали та прізвище)

### 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
		Денна форма навчання	
Кількість кредитів - 15	<p><b>Галузь знань</b> 12 «Інформаційні технології»</p> <p><b>Спеціальність</b> 122 «Комп'ютерні науки» 126 «Інформаційні системи та технології»</p> <p><b>Освітні програми:</b> Інформаційні технології проектування. Інформаційні системи та технології підтримки віртуальних середовищ. Комп'ютеризація обробки інформації та управління. Розподілені інформаційні системи</p> <p><b>Рівень вищої освіти:</b> перший( бакалаврський)</p>	Нормативна	
Кількість модулів – 6		<b>Рік підготовки:</b>	
змістових модулів – 11		2021-й	2022-й
Індивідуальне науково-дослідне завдання <u>1 семестр.</u> <u>розрахун кова робота</u> (назва)		<b>Семестр</b>	
Загальна кількість годин – 256/525		1-й	2-й
Кількість семестрових годин для денної форми навчання		Лекції	
<b>Семестр 1</b>		48 год.	54 год.
аудиторних- 96 год.		<b>Практичні</b>	
Самост. роботи -120 год.		48 - год.	54 - год.
<b>Семестр 2</b>		<b>Лабораторні</b>	
аудиторних - 108 год.		-	-
Самост. роботи - 108 год.		<b>Самостійна робота</b>	
<b>Семестр 3</b>		100 год.	93 год.
аудиторних - 64 год.		<b>Індивідуальна робота</b>	
Самост. роботи - 71 год.		20 год.	15 год.
	Вид контролю		
	іспит	іспит	
	<b>Рік підготовки:</b>		
	2022-й	2023-й	
	<b>Семестр</b>		
	3-й	4-й	
	Лекції		
	32 год.	-	
	<b>Практичні</b>		
	32 год.	-	
	<b>Лабораторні</b>		
	-	-	
	<b>Самостійна робота</b>		
	71 год.	-	
	<b>Індивідуальна робота</b>		
	-	-	
	Вид контролю		
	іспит	-	

## **Примітка**

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить:

для денної форми навчання – 260/280.

## **2. Мета та завдання навчальної дисципліни**

**Мета вивчення:** отримати фундаментальні знання з вищої математики, які дозволять студентам розв'язувати важливі практичні та теоретичні задачі з різних галузей сучасної математики та суміжних дисциплін, а також закладуть основи фундаментальної математичної підготовки.

**Завдання:** закласти основи фундаментальної фахової підготовки, а саме: векторна алгебра та аналітична геометрія; рівняння ліній і поверхонь першого та другого порядків; матричне числення та методи розв'язання систем лінійних алгебричних рівнянь; границя числової послідовності, границя та неперервність функції, похідна, інтегральне числення, функції багатьох змінних, ряди, елементи гармонічного аналізу, кратні інтеграли, поверхневі та криволінійні інтеграли; теорія ймовірностей та ін.

### **компетентностей:**

#### **загальні**

- здатність до абстрактного мислення;
- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- здатність знати та розуміти предметну область і професійну діяльність;
- здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;
- здатність оцінювати якість виконуваних робіт;

#### **спеціальні**

- здатність проводити обчислення, розв'язання математичних та прикладних задач в рамках прийнятих в курсі математики систем понять, означень, аксіом, фундаментальних математичних та природничих законів;
- здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою за допомогою математичних методів;
- здатність до аналізу властивостей існуючих математичних структур, обґрунтування вибору методів розв'язання задач, інтерпретації отриманих результатів.

### **Програмні результати навчання:**

- вміти вибирати та застосовувати для розв'язання задач придатні аналітичні математичні методи;
- вміти використовувати знання теоретичних основ дисципліни для вирішення професійних завдань;
- вміти критично оцінювати та осмислювати відповідні теорії, принципи, методи і поняття, якість виконуваних робіт;
- вміти вільно спілкуватися з професійних питань усно і письмово державною мовою, включаючи знання спеціальної математичної термінології.

**Міждисциплінарні зв'язки:** алгебра та геометрія, фізика, теоретична механіка та ін.

### **Результати навчання:**

1. Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, векторну та лінійну алгебру, аналітичну геометрію та векторний аналіз, теорію ймовірностей в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань.
2. Знати та вміти застосовувати базові методи інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем.
3. Вміти використовувати стандартні схеми та методи для розв'язання задач, що сформульовані природною мовою.

### 3. Програма навчальної дисципліни

#### Модуль 1. Векторна та лінійна алгебра

**Змістовий модуль 1.** Векторна алгебра та аналітична геометрія

**Тема 1. Вступ до дисципліни «Вища математика»**

Предмет вивчення і задачі дисципліни „ Вища математика ”. Основні історичні етапи розвитку.

**Тема 2. Векторна алгебра і елементи теорії визначників**

Визначники 2-го, 3-го, n-го порядку, властивості, обчислення. Алгебраїчні доповнення і мінори. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Правило Крамера розв'язання СЛАР. Вектори. Лінійні операції над векторами. Лінійно-залежні та лінійно-незалежні системи векторів. Колінеарні та компланарні вектори. Базис, розкладання вектора за базисом. Проекція вектора та його координати. Декартові прямокутні координати на площині і в просторі. Лінійні операції над векторами в координатній формі. Скалярний добуток векторів, його властивості. Довжина вектора, кут між векторами, умови перпендикулярності і паралельності векторів, які задані у координатній формі. Векторний добуток векторів, його властивості, обчислення в координатній формі, геометричний зміст. Мішаний добуток векторів, властивості, обчислення, геометричний зміст, застосування. Подвійний векторний добуток.

**Тема 3. Рівняння прямої і площини**

Площина. Рівняння площини: у векторній формі, проведеної через точку з даним вектором нормалі. Загальне рівняння площини. Кут між площинами, умови паралельності і перпендикулярності площин. Відстань між площинами. Пряма у просторі, напрямний вектор прямої, рівняння прямої: у векторній формі, в параметричному вигляді, у канонічному вигляді, як пари площин. Відстань між прямими. Основні задачі на пряму лінію і площину.

**Змістовий модуль 2.** Матричне числення

**Тема 4. Матриці і системи лінійних алгебраїчних рівнянь**

Матриці. Дії з матрицями. Ранг матриці, його обчислення. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Метод Гауса розв'язання СЛАР. Обернена матриця. Матричний метод розв'язання системи лінійних рівнянь. Ранг матриці, його обчислення. Дослідження розв'язності системи лінійних рівнянь, теорема Кронекера-Капеллі. Однорідні СЛАР. Фундаментальна система розв'язків. Структури розв'язків однорідної та неоднорідної СЛАР.

**Змістовий модуль 3.** Елементи лінійної алгебри

**Тема 5. Лінійні векторні простори. Лінійні оператори та їх матриці**

Елементи теорії лінійних просторів. Приклади лінійних просторів. Базиси та вимірність лінійних просторів. Координати вектора в деякому базисі та їх перетворення при зміні базиса. Евклідів простір. Ортонормовані системи векторів. Метод ортогоналізації. Лінійний оператор, приклади. Матриця лінійного оператора у заданому базисі. Матриця переходу при заміні базису. Власні числа і власні вектори лінійних операторів. Ортогональний оператор та матриця. Симетрична матриця та оператор.

**Тема 6. Квадратичні форми. Рівняння поверхонь і ліній другого порядку**

Криві на площині. Канонічна форма запису рівнянь еліпса, гіперболи та параболі. Дослідження геометричних властивостей еліпса, гіперболи та параболі. Квадратична форма. Матриця квадратичної форми. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Загальне рівняння кривих другого порядку. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду. Поверхні другого порядку. Канонічні форми запису рівнянь основних поверхонь, дослідження форми поверхні методом перерізу. Зведення до канонічного вигляду загального рівняння поверхні другого порядку.

#### Модуль 2. Теорія границь та диференціальне числення

**Змістовий модуль 4.** Теорія границь

**Тема 7. Теорія границь послідовностей.**

Множина дійсних чисел. Числові послідовності. Границя послідовності. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості. Основні властивості послідовностей, які

мають границю. Існування границі монотонної послідовності. Число  $e$ .

### **Тема 8. Теорія границь функцій. Неперервні функції**

Границя функції в точці. Границя функції в нескінченності. Арифметичні властивості границь. Нескінченно малі функції та їх властивості. Нескінченно великі функції. Деякі важливі границі. Порівняння нескінченно малих функцій. Символи "o" та "O". Еквівалентні нескінченно малі. Застосування нескінченно малих для обчислення границь. Неперервні функції. Властивості неперервних у точці функцій: неперервність суми, добутку та частки; границя та неперервність складеної функції. Односторонні границі функцій у точці. Точки розриву функції та їх класифікація. Неперервність функції на відрізку; обмеженість, існування найбільшого та найменшого значення.

**Змістовий модуль 5.** Диференціальне числення функції однієї незалежної змінної.

### **Тема 9. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної**

Похідна функції. Похідна оберненої функції, функцій заданих параметрично. Похідні обернених тригонометричних функцій, гіперболічних функцій. Диференційованість функцій. Неперервність диференційованої функції. Диференціал. Геометричне тлумачення диференціала. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніця. Теореми Ролля, Коші, Лагранжа. Наслідки. Правила Лопітала-Бернуллі. Розкриття невизначеностей за правилами Лопітала-Бернуллі. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа. Зображення функцій  $\exp(x)$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^n$  за допомогою формули Тейлора. Застосування диференціального числення до дослідження функцій та побудови графіків. Зростання та спадання функцій. Екстремум. Необхідні та достатні умови екстремуму. Дослідження функцій на опуклість та вгнутість. Точки перегину. Асимптоти кривих. Дослідження функцій та побудова графіків функцій. Приклади. Найменше та найбільше значення функції на відрізку. Полярна система координат, зв'язок з декартовою, графіки функцій у полярній системі. Кривизна кривої. Еволюта і евольвента.

### **Тема 10. Комплексні числа. Дії з комплексними числами**

Означення комплексного числа. Геометричне тлумачення. Алгебраїчна, тригонометрична та показникові форми запису. Дії з комплексними числами.

### **Модуль 3. Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних та інтегральне числення**

**Змістовий модуль 6.** Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних

### **Тема 11. Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних**

Основні означення. Диференційованість функції кількох змінних. Похідні від складених функцій. Повний диференціал. Похідні від неявних функцій. Похідна за напрямком, градієнт. Частинні похідні вищих порядків. Незалежність результату диференціювання від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Екстремуми функцій багатьох змінних. Необхідні умови екстремуму. Достатні умови екстремуму. Умовний екстремум.

**Змістовий модуль 7.** Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної

### **Тема 12. Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної**

Первісна. Невизначений інтеграл, його властивості. Таблиця інтегралів. Найпростіші методи інтегрування. Заміна змінної у невизначеному інтегралі. Інтегрування частинами. Інтегрування простих дробів. Інтегрування лінійних та дробово-лінійних ірраціональностей. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування квадратичних ірраціональностей. Визначений інтеграл як границя інтегральних сум. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє значення. Похідна від інтеграла зі змінною верхньою границею. Формула Ньютона-Лейбніця. Застосування визначених інтегралів до обчислення площ плоских фігур у декартових координатах, у полярних координатах, та у випадку функцій, які задані параметрично. Визначення та обчислення довжини дуги кривої. Диференціал довжини дуги кривої. Загальна схема застосування визначеного інтеграла. Приклади з фізики та механіки.

Невласні інтеграли з нескінченними границями інтегрування. Означення. Теореми порівняння. Абсолютна збіжність.

#### **Модуль 4. Криволінійні інтеграли та звичайні диференціальні рівняння**

**Змістовий модуль 8. Криволінійні інтеграли та звичайні диференціальні рівняння та їх системи**

##### **Тема 13. Криволінійні інтеграли**

Криволінійні інтеграли другого роду, обчислення, застосування. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Відновлення функції за повним диференціалом. Фізичне застосування криволінійних інтегралів.

##### **Тема 14. Звичайні диференціальні рівняння та їх системи**

Фізичні задачі, які приводять до диференціальних рівнянь. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь. Задача Коші. Огляд методів розв'язання диференціальних рівнянь першого порядку: з відокремлюваними змінними, однорідні рівняння, лінійні рівняння, рівняння Бернуллі, рівняння у повних диференціалах, рівняння Клеро і Лагранжа. Диференціальні рівняння вищих порядків. Крайові задачі для диференціальних рівнянь. Рівняння, які припускають пониження порядку. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами, фундаментальна система розв'язків. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Структура загального розв'язку. Метод Лагранжа варіації довільних сталих. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Задача Коші. Матричний метод розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Елементи теорії стійкості. Стійкість за Ляпуновим. Асимптотична стійкість. Дослідження на стійкість лінійних систем. Дослідження на стійкість за першим наближенням. Критерій стійкості Гурвіца.

#### **Модуль 5. Ряди**

**Змістовий модуль 9. Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є. Перетворення Фур'є**

##### **Тема 15. Числові і функціональні ряди**

Числові ряди. Збіжність та сума ряду. Геометрична прогресія. Необхідна умова збіжності ряду Ряди з додатними членами. Теореми порівняння. Ознаки збіжності Даламбера та Коші. Інтегральна ознака збіжності ряду. Оцінка залишку ряду за допомогою інтегральної ознаки. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність рядів. Ряди, члени яких чергуються знаками. Ознака Лейбниці, оцінка залишку ряду. Функціональні ряди, область збіжності. Теореми про рівномірно збіжні ряди. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Інтервал і радіус збіжності. Неперервність суми степеневих рядів. Почленне інтегрування та диференціювання степеневих рядів. Ряд Тейлора. Розкладання в ряд функцій:  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\exp(\pm x)$ ,  $\ln(1+x)$ . Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

##### **Тема 16. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є**

Ортогональні системи функцій. Приклади. Ряд Фур'є по тригонометричній системі функцій. Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є функцій, заданих на інтервалі  $(-1, 1)$ . Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є парних та непарних функцій. Теорема Діріхле. Комплексна форма запису ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є. Синус та косинус перетворення Фур'є.

#### **Модуль 6. Елементи теорії функцій комплексної змінної та їх застосування**

**Змістовий модуль 10. Функції комплексної змінної**

##### **Тема 17. Функції комплексної змінної**

Основні функції, їх властивості. Диференційованість функції комплексної змінної. Умови Коші-Рімана. Гармонічні функції. Відновлення аналітичної функції за її дійсною або уявною частинами. Теорема Коші. Поширення на не однозв'язні області. Інтегральна формула Коші. Ряди Лорана. Ізольовані особливі точки, їх класифікація. Лишки, їх обчислення. Теорема Коші про лишки.

### Тема 18. Операційне числення

Перетворення Лапласа, його властивості. Клас оригіналів. Клас зображень. Основні теореми операційного числення. Верстка оригіналів, її властивості. Перетворення Лапласа верстки. Відновлення оригінала за зображенням. Розв'язання диференціальних рівнянь та їх систем операційним методом.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					8	9	10	11	12	13
		л	п	лаб	інд	с.р.						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Модуль 1</b>												
<b>Змістовий модуль 1. Векторна алгебра та аналітична геометрія</b>												
Тема 1. Вступ до дисципліни «Вища математика»	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Тема 2. Векторна алгебра і елементи теорії визначників	29	5	8	–	4	12	–	–	–	–	–	–
Тема 3. Рівняння прямої і площини	26	4	6	–	6	10	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 1	56	10	14	–	10	22	–	–	–	–	–	–
<b>Змістовий модуль 2. Матричне числення</b>												
Тема 4. Матриці і системи лінійних алгебраїчних рівнянь	22	6	6	–	–	10	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 2	22	6	6	–	–	10	–	–	–	–	–	–
<b>Змістовий модуль 3. Елементи лінійної алгебри</b>												
Тема 5. Лінійні векторні простори. Лінійні оператори та їх матриці	16	4	–	–	–	12	–	–	–	–	–	–
Тема 6. Рівняння поверхонь і ліній другого порядку	36	4	4	–	–	28	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 3	52	8	4	–	–	40	–	–	–	–	–	–
<b>Модуль 2</b>												
<b>Змістовий модуль 4. Теорія границь</b>												
Тема 7. Теорія границь послідовностей	16	4	4	–	–	8	–	–	–	–	–	–
Тема 8. Теорія границь функцій. Не-	22	6	6	–	4	6	–	–	–	–	–	–



перервні функції												
Разом за змістовим модулем 4	38	10	10	–	4	14	–	–	–	–	–	–
<b>Змістовий модуль 5. Диференціальне числення функції однієї незалежної змінної</b>												
Тема 9. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної	40	12	12	–	6	10	–	–	–	–	–	–
Тема 10. Комплексні числа. Дії з комплексними числами	8	2	2	–	-	4	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 5	48	14	14	–	6	14	–	–	–	–	–	–
<b>Модуль 3</b>												
<b>Змістовий модуль 6. Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних</b>												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Тема 11. Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних	36	8	10	–	2	16	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 6	36	8	10	–	2	16	–	–	–	–	–	–
<b>Змістовий модуль 7. Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної</b>												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Тема 12. Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної	77	19	20	–	8	30	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 7	77	19	20	–	8	30	–	–	–	–	–	–
<b>Модуль 4</b>												
<b>Змістовий модуль 8. Криволінійні інтеграли. Звичайні диф. рівняння та їх системи</b>												
Тема 13. Криволінійні інтеграли	18	5	6	–	-	9	–	–	–	–	–	–
Тема 14. Звичайні диференціальні рівняння та їх системи	85	22	18	–	5	38	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 8	103	27	24	–	5	47	–	–	–	–	–	–
<b>Модуль 5</b>												
<b>Змістовий модуль 9. Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є. Перетворення Фур'є</b>												
Тема 15. Числові і функціональні ряди	30	7	8	–	3	12	–	–	–	–	–	–
Тема 16. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є	20	6	4	–	2	8	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 9	50	13	12	–	5	20	–	–	–	–	–	–

модулем 9													
<b>Модуль 6</b>													
<b>Змістовий модуль 10. Функції комплексної змінної та операційне числення</b>													
Тема 17. Функції комплексної змінної	38	9	10	–	3	16	–	–	–	–	–	–	–
Тема 18. Операційне числення	20	6	6	–	2	6	–	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 10	58	15	16	–	5	22	–	–	–	–	–	–	–

#### 5. Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		

#### 6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кільк. год.
1	2	3
1	Визначники другого і третього порядків. Перетворення визначників	2
2	Лінійні операції над векторами. Базис, розкладання по базису. Лінійні операції в координатній формі	2
1	2	3
3-4	Скалярний і векторний добутки векторів. Геометричні застосування	2
5	Мішаний добуток векторів. Геометричні застосування	2
6-8	Площина і пряма. Взаємне розташування площин та прямих. Задачі на пряму і площину	6
9	Матриці. Дії над матрицями	2
10	Канонічні форми запису рівнянь еліпса, гіперболи та параболі. Дослідження геометричних властивостей еліпса, гіперболи та параболі	2
11-12	Границя послідовності. Обчислення границь послідовностей	4
13-14	Границі функцій. Обчислення границь	4
15	Неперервність функції. Точки розриву функції та їх класифікація	2
16-17	Техніка диференціювання	4
18	Диференціал функції, його застосування	2
19	Правила Лопіталю-Бернуллі	2
20	Екстремум функції. Дослідження функцій на опуклість. Точки перегину. Асимптоти	2
21-23	Побудова графіків функцій у декартовій та полярній системах координат	4
24	Дії з комплексними числами	2
25-26	Частинні похідні і повний диференціал функції кількох змінних. Похідні складених функцій, функцій що задані неявно	4
27-28	Дотична площина і нормаль до поверхні. Похідні вищих порядків. Похідна за напрямком	4
29	Екстремуми функцій кількох змінних. Безумовний та умовний екстремуми	2
30-35	Найпростіші методи інтегрування. Заміна інтегрування частинами. Інтегрування раціональних та дробово-раціональних функцій. Інтегрування виразів, з тригонометричними та ірраціональними функціями.	12
36-37	Геометричне і механічне застосування визначених інтегралів: обчислення	4

	площ плоских фігур, довжини дуг, об'ємів тіл, площ поверхонь обертання, статичних моментів	
38-39	Невласні інтеграли з нескінченими границями та від необмежених функцій. Теореми порівняння	4
40-42	Криволінійні інтеграли першого та другого роду, обчислення, застосування. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Відновлення функції за повним диференціалом.	6
42-43	Диференціальні рівняння першого порядку	4
44-45	Диференціальні рівняння вищих порядків	4
1	2	3
46-48	Однорідні лінійні рівняння з і сталими коефіцієнтами. Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння з і сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих, рівняння з і спеціальною правою частиною. Розв'язок систем диференціальних рівнянь	8
52	Елементи теорії стійкості Ляпунова розв'язку диференціальних рівнянь	2
53-56	Числові ряди. Ознаки збіжності. Ряди, члени яких чергуються знаками. Теорема Лейбніца, оцінка залишку ряду. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність рядів	8
57	Функціональні ряди, область збіжності. Рівномірна збіжність. Ознака Вейерштрасса. Степеневі ряди. Круг збіжності, інтервал і радіус збіжності для рядів з дійсними членами. Інтегрування та диференціювання степеневих рядів. Ряд Тейлора. Розкладання функцій за степенями $(x-a)$	2
58-59	Ряд Фур'є. Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є функцій, заданих на інтервалі $(-\pi, \pi)$ та $(-l, l)$ . Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є парних та непарних функцій. Комплексна форма ряду Фур'є	4
60-61	Диференційованість. Умови Коші-Рімана. Гармонічні функції. Відновлення аналітичної функції за її дійсною або уявною частинами	4
62-63	Інтегральна формула Коші. Ряди Лорана. Ізольовані особливі точки, їх класифікація	4
64	Лишки, їх обчислення. Застосування лишків	2
65	Перетворення Лапласа. Клас оригіналів. Клас зображень. Основні теореми операційного числення. Способи відновлення оригінала по зображенню	2
66-67	Розв'язання диференціальних рівнянь та їх систем операційним методом	4
	<b>Разом</b>	<b>130</b>

### 7. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		

### 8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кіл. годин
1	2	3
1	Основні властивості визначників вищих порядків. Розв'язок систем лінійних рівнянь методом Крамера. Колінеарні та компланарні вектори. Базис, розкладання вектора за бази-	12

	сом. Подвійний векторний добуток. (Тема 2)	
2	Пряма на площині. Основні задачі на пряму лінію і площину. (Тема 3)	10
3	Ранг матриці, його обчислення. Фундаментальна система розв'язків. Структури розв'язків одорідної та неоднорідної СЛАР. (Тема 4)	8
4	Базиси та вимірність лінійних просторів. Координати вектора в деякому базисі та їх перетворення при зміні базиса. Евклідів простір. Ортонормовані системи векторів Метод ортогоналізації. Лінійний оператор, приклади. Матриця лінійного оператора у заданому базисі. Матриця переходу при заміні базису. Власні числа і власні вектори лінійних операторів. Ортогональний оператор та матриця. Симетрична матриця та оператор. (Тема 5)	14
1	1	2
6	Неперервні функції. Властивості неперервних у точці функцій: неперервність суми, добутку та частки; границя та неперервність складеної функції. Односторонні границі функцій у точці. Неперервність функції на відрізку; обмеженість, існування найбільшого та найменшого значення	14
7	Похідна функції. Таблиця похідних. Похідна складеної функції. Розшук найбільшого та найменшого значень неперервної на відрізку функції. Застосування диференціала у наближених обчисленнях. Формула Лейбніца. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа. Зображення функцій $\exp(x)$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $\ln(1+x)$ , $(1+x)^{**n}$ за допомогою формули Тейлора. Найменше та найбільше значення функції на відрізку. Кривизна кривої. Еволюта і евольвента. (Тема 9)	10
8	Дії з комплексними числами.	4
9	Границя функції кількох змінних. Неперервність. Формула Тейлора. Умовний екстремум. (Тема 11).	16
10	Інтегрування квадратичних ірраціональностей (підстановки Ейлера). Визначений інтеграл як границя інтегральних сум. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє значення. Похідна від інтеграла зі змінною верхньою границею. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площі поверхні обертання та об'єму тіла, розташованого вздовж осі. Невласні інтеграли від необмежених функцій. (тема 12).	30
11	Відновлення функції за повним диференціалом. Фізичне та механічне застосування криволінійних інтегралів.	9
12	Фізичні задачі, які приводять до диференціальних рівнянь. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь. Задача Коші. Рівняння нерозв'язані відносно похідної. Рівняння Клеро і Лагранжа. Обвідна однопараметричної сім'ї кривих. Лінійно-залежні та лінійно-незалежні системи функцій. Властивості визначника Вронського. Матричний метод розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Випадок кратних коренів характеристичного рівняння. Стійкість за Ляпуновим. Асимптотична стійкість. Дослідження на стійкість лінійних систем. Дослідження на стійкість за першим наближенням. Критерій стійкості Гурвіца. (Тема 13).	38
13	Оцінка залишку ряду за допомогою інтегральної ознаки. Теорема про рівномірно збіжні ряди. Ряд Тейлора. Розкладання в ряд функцій: $\sin(x)$ , $\cos(x)$ , $\exp(\pm x)$ , $\ln(1+x)$ . Застосування степеневих рядів до наближених обчислень (Тема 17).	12
14	Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є. Синус та косинус перетворення	8

	Фур'є. (Тема 18).	
15	Відновлення аналітичної функції за її дійсною або уявною частинами. (Тема 19).	16
16	Перетворення Лапласа верстки. Інтеграл Дюамеля. Розв'язання інтегральних рівнянь.	6
	<b>Разом</b>	<b>235</b>

## 9. Індивідуальні завдання

Виконання розрахункової роботи «Векторна та лінійна алгебра».

## 10. Методи навчання

Проведення аудиторних лекцій, практичних занять, індивідуальні консультації (при необхідності), самостійна робота студентів за матеріалами, опублікованими кафедрою (методичні посібники), проведення олімпіад.

## 11. Методи контролю

Проведення поточного контролю у вигляді тестів, усної здачі індивідуальних робіт, письмового модульного контролю, фінальний контроль у вигляді семестрового контролю: іспит (проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску).

## 12. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

12.1. Розподіл балів, які отримують студенти (кількісні критерії оцінювання)

### Семестр 1

(\*) Якщо кількість модульних балів у студента перевищує 100, то в якості підсумкової оцінки виставляється 100 балів.

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
<b>Змістовний модуль 1</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	5	0...2,5
Робота на практичних заняттях	0...2	7	0...14
Самостійна робота	0...1	7	0...7
Модульний контроль	0...25	1	0...25
<b>Змістовні модулі 2 та 3</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	11	0...5,5
Робота на практичних заняттях	0...2	15	0...30
Самостійна робота	0...1	15	0...15
Модульний контроль	0...25	1	0...25
Виконання та захист розрахункової роботи	0...6	1	0...6
<b>Всього за семестр(*)</b>			<b>0...130</b>

## Семестр 2

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
1	2	3	4
<b>Змістовний модуль 4</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	10	0...5
Робота на практичних заняттях	0...2	9	0...18
Самостійна робота	0...1	9	0...9
Модульний контроль	0...25	1	0...25
<b>Змістовні модулі 5 та 6</b>			
1	2	3	4
Робота на лекціях	0...0,5	14	0...7
Робота на практичних заняттях	0...2	13	0...26
Самостійна робота	0...1	13	0...13
Модульний контроль	0...25	1	0...25
<b>Всього за семестр(*)</b>			<b>0...128</b>

## Семестр 3

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
<b>Змістовний модуль 7</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	5	0...2,5
Робота на практичних заняттях	0...2	9	0...18
Самостійна робота	0...1	9	0...9
Модульний контроль	0...25	1	0...25
<b>Змістовні модулі 8 та 9</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	11	0...5,5
Робота на практичних заняттях	0...2	13	0...26
Самостійна робота	0...1	13	0...13
Модульний контроль	0...25	1	0...25
<b>Всього за семестр(*)</b>			<b>0...124</b>

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту складається з двох теоретичних та трьох практичних завдань. За кожне теоретичне питання та практичне завдання студент може отримати до 20 балів. Максимальна сума всіх балів – 100.

### 12.2. Якісні критерії оцінювання

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки:

**знати:**

- векторну алгебру і аналітичну геометрію;
- матричне числення і методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь;

- методи диференціального і інтегрального числення функцій однієї і кількох незалежних змінних;
- методи розв'язання диференціальних рівнянь;
- методи дослідження числових і функціональних рядів, рядів Фур'є;

Необхідний обсяг умінь для одержання позитивної оцінки:

**уміти:**

- застосовувати математичний апарат в навчальному процесі і науково-дослідницькій діяльності;
- визначати межу можливих застосувань математичних методів;
- досліджувати питання коректності постановки задач та існування розв'язків.

### **12.3. Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру**

**Задовільно (60-74).** Показати мінімум знань та умінь. Захистити всі індивідуальні завдання. Знати таблицю еквівалентних н.м. функцій, першу та другу особливі границі, таблицю похідних. Уміти виконувати дії з матрицями та знаходити скалярний, векторний та мішаний добуток векторів, які задані в координатній формі, обчислювати границі функції за допомогою еквівалентних н.м. функцій, диференціювати функції. Знаходити частинні похідні функції багатьох змінних. Знати таблицю невизначених інтегралів. Уміти обчислювати невизначений та визначений інтеграл, використовуючи різні методи інтегрування: безпосереднє, за допомогою підстановок та частинами. Проводити обчислення подвійних інтегралів у прямокутній системі координат. Знати закони розподілу неперервних та дискретних випадкових величин.

**Добре (75-89).** Твердо знати мінімум, захистити всі індивідуальні завдання. Уміти: знаходити матрицю, обернену даній та ранг матриці; розв'язувати системи алгебраїчних рівнянь; використати вектори для обчислювання кутів, проєкцій, площ трикутників та паралелограмів; обчислювати відстань між точками, від точки до площини та прямої, між площиною та прямою; володіти технікою знаходження границі функції; диференціювати функції. Розв'язувати задачі прикладного характеру за допомогою частинних похідних. Обчислювати невизначений та визначений інтеграл від різних класів функцій; застосовувати інтегральне числення при розв'язанні задач геометрії; обчислювати кратні інтегралі. Обчислювати ймовірності випадкових величин, будувати функції розподілу.

**Відмінно (90-100).** Здати всі контрольні точки з оцінкою «відмінно». Досконально знати всі теми та уміти застосовувати їх.

Курсову роботу не передбачено навчальним планом.

Протягом семестру студент отримує бали за накопичувальною системою згідно з таблицею наведеною в п. 12.1. Дано деякі пояснення до таблиці.

Робота на лекції – активна форма засвоєння матеріалу курсу: 0,5 бала ставиться за продумані питання, які студент задає лектору, участь в обговоренні предмета лекції, відповіді на питання, які по ходу лекції задає викладач. Активність студента може заохочуватися додатковими коефіцієнтами, які множаться на 0,5 бала.

Робота на практичному занятті оцінюється так: 2 бали за самостійно розв'язану задачу або за обґрунтовану відповідь на теоретичне питання з доведенням основних положень; 1 бал за розв'язану задачу за допомогою викладача.

Самостійна робота – 1 бал ставиться студенту за виконання домашнього завдання разом з його захистом.

Індивідуальне завдання включає виконання та захист розрахункової роботи за темами, означеними в назві роботи.

Модульний контроль проводиться на 8 і 16 тижнях на практичних заняттях.

### Шкала оцінювання: бальна і традиційна

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

### 13. Методичне забезпечення

#### Підручники, навчальні посібники, які видані в Університеті:

1. Робочий зошит з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Харків, ХАІ, 1997.
2. Робочий зошит. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних. Харків, ХАІ, 1997.
3. Робочий зошит. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Харків, ХАІ, 1998.
4. Робочий зошит. Кратні і криволінійні інтеграли. Теорія поля. Ряди. Теорія функцій комплексного змінного і елементи операційного числення. Харків, ХАІ, 2000.
5. Робочий зошит. Варіаційне числення. Диференціальні рівняння у частиних похідних. Теорія ймовірностей. Харків, ХАІ, 2003.
6. Ніколаєв О.Г. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. - Харків, "Основа", 2000.
7. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
8. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння. Кратні та криволінійні інтеграли. Елементи теорії векторного поля.: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
9. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 3. Ряди. Інтеграл Фур’є. Функції комплексної змінної та операційне числення. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
10. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 4. Варіаційне числення. Рівняння математичної фізики. Випадкові процеси: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
11. Г. К. Бахмет, А.В. Головченко, А. Г. Николаєв, Н. Л. Кальчук, Е. А. Танчик. Аналитическая геометрия: Учебное пособие. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2014. – 299 с.
12. Г. К. Бахмет, А. В. Головченко, А. Г. Николаєв и др. Высшая математика [Электронный ресурс] : учеб. пособие : в 5 ч. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2015. – Ч. 2 : Математический анализ. – 149 с.



13. Г. К. Бахмет, А. В. Головченко, А. Г. Николаев и др. Высшая математика [Электронный ресурс]: учеб. пособие : в 5 ч. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2016. – Ч. 3 : Комплексные числа. Интегральное исчисление. – 160 с.
14. Г. К. Бахмет, А. В. Головченко, А. Г. Николаев и др. Высшая математика [Электронный ресурс]: учеб. пособие : в 5 ч. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2017. – Ч. 4 : Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Криволинейные интегралы. – 271 с.
15. Г. К. Бахмет, А. В. Головченко, А. Г. Николаев и др. Высшая математика [Электронный ресурс]: учеб. пособие : в 5 ч. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2018. – Ч. 5 : Ряды. Функция комплексной переменной. Операционное исчисление. Элементы теории вероятностей – 305 с.

**Електронний ресурс, на якому розміщено навчально-методичний комплекс дисципліни:** . Комплекс включає в себе такі обов'язкові складові:

- робоча програма дисципліни;
- конспект лекцій, підручники (навчальні посібники), в тому числі в електронному вигляді, які за змістом повністю відповідають робочій програмі дисципліни;
- методичні вказівки та рекомендації для виконання розрахункових та практичних робіт , а також рекомендації для самостійної підготовки;
- тематики індивідуальних завдань;
- приклади розв'язування типових задач чи виконання типових завдань;
- питання для контрольних заходів;
- каталоги інформаційних ресурсів.

#### **14. Рекомендована література**

##### **Базова**

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Наука, 1985.
2. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - М.: Наука, 1972.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. -М.: Наука, 1980.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.- 1975 .
5. Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике. М.: Наука, 1973.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 1,2 -М.: Наука, 1968.

##### **Допоміжна**

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.- 1975 .
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 1,2 -М.: Наука, 1968.
3. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969.

#### **16. Інформаційні ресурси**

Сайт кафедри [k405@khai.edu](mailto:k405@khai.edu)