

Міністерство освіти і науки України
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

кафедра «Вищої математики та системного аналізу» (№ 405)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Гарант освітньої програми


(ініціали та прізвище)

О.Г. Ніколаєв
(ініціали та прізвище)

« 25 » червня 2021 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА ОБОВ'ЯЗКОВОЇ
НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Рівняння математичної фізики
(назва навчальної дисципліни)

Галузь знань: 12 «Інформаційні технології»
(шифр та найменування галузі знань)

Спеціальність: 124 «Системний аналіз»
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма: «Системний аналіз і управління»
(найменування освітньої програми)

Форма навчання: денна

Рівень вищої освіти: перший(бакалаврський)

Харків 2021

Робоча програма «Рівняння математичної фізики» для студентів спеціальності
124 «Системний аналіз», освітня програма «Системний аналіз і управління»

« 04 » червня 2021 р. – 13 с.

Розробник: Ніколаєв О.Г. завідувач кафедри вищої математики та системного
аналізу, д.ф.-м.н., професор

(прізвище та ініціали, посада, науковий ступінь та вчене звання)


(підпис)

Робочу програму розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та
системного аналізу

(назва кафедри)

Протокол № 11 від « 25 » червня 2021 р.

Завідувач кафедри: д.фіз.-мат.н, професор
(науковий ступінь та вчене звання)


(підпис)

О.Г.Ніколаєв
(ініціали та прізвище)

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		Денна форма навчання
Кількість кредитів – 5	Галузь знань 12 «Інформаційні техно- (шифр та найменування) логії» Спеціальність 124 «Системний аналіз» (код та найменування) Освітня програма «Системний аналіз і управління» (найменування) Рівень вищої освіти: Перший (бакалаврський)	Обов’язкова
Модулів – 2		Рік підготовки:
Змістових модулів – 5		2020/2021
Індивідуальне завдання _____ (назва)		Семестр
Загальна кількість годин – 64/150		6-й
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 4 самостійної роботи студента –5,5		Лекції
		32 год.
		Практичні
		32 - год.
		Лабораторні
		–
		Самостійна робота
		86 год.
		Індивідуальна робота:
		–
		Вид контролю:
		Модульний конт- роль, іспит

Примітка

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить:

для денної форми навчання – 64/86.

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: засвоєння основних положень теорії лінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних (ЛДРЧП) другого порядку та їх застосування до математичного моделювання об'єктів і процесів.

Завдання: відпрацювання основних класів ЛДРЧП другого порядку, постановок початково-крайових задач для рівнянь цих класів, деяких методів розв'язання таких задач, властивостей одержаних розв'язків, підходів до побудови математичних моделей на основі ДРЧП.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні закласти основи таких **компетентностей**:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК 1);
- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК 2);
- здатність знати та розуміти предметну область і професійну діяльність (ЗК 4);
- здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел (ЗК 7);
- здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів (ФК 2);
- здатність будувати математично-коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів (ФК 3).

Програмні результати навчання:

- знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, векторну та лінійну алгебру, аналітичну геометрію та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу (ПРН 1);
- знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь у частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики (ПРН 4).

Для одержання програмних результатів навчання студент повинен знати:

- типи лінійних диференціальних рівнянь другого порядку у частинних похідних;
- постановки задач Коші й крайових задач для різних типів диференціальних рівнянь, умови їх коректності;
- основні принципи теорії рівнянь математичної фізики: суперпозиції, Дюамеля, максимуму розв'язків рівнянь теплопровідності й Лапласа;
- формули Даламбера, Кірхгофа, Пуассона для розв'язків рівнянь гіперболічного, параболічного та еліптичного типів;

- методи розв'язання задач Коші й крайових задач для різних типів рівнянь математичної фізики;
- означення і властивості фундаментального розв'язку, функції Гріна, гармонічної функції;

вміти:

- моделювати деякі типи фізичних полів за допомогою лінійні диференціальні рівняння у частинних похідних;
- класифікувати та зводити до канонічного вигляду лінійні диференціальні рівняння у частинних похідних другого порядку;
- виконувати перетворення координат у диференціальному рівнянні і граничних умовах;
- розв'язувати основні типи крайових задач для лінійних диференціальних рівнянь другого порядку;
- застосовувати методи математичної фізики при розв'язанні інженерних задач;
- визначати межу можливих застосувань математичних методів.

Міждисциплінарні зв'язки: базою для засвоєння курсу є «Фізика», «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Диференціальні рівняння», «Функціональний аналіз». Поняття, методи, алгоритми, формули курсу використовуються в таких дисциплінах: «Моделювання складних систем», «Варіаційні методи», «Системний аналіз».

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 150 годин/ 5 кредитів ECTS.

3. Програма навчальної дисципліни

Модуль 1

Змістовий модуль 1. Загальні поняття теорії лінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних

Тема 1. Вступ до диференціальних рівнянь у частинних похідних

Загальні поняття теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних (ДРЧП). Деякі математичні моделі, що ґрунтуються на ДРЧП: коливання струни і мембрани, поширення тепла в тілі, динаміка ідеальної рідини, стаціонарний розподіл температури.

Тема 2. Класифікація лінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних другого порядку

Перетворення координат у лінійних диференціальних рівняннях у частинних похідних (ЛДРЧП) другого порядку. Типи ЛДРЧП другого порядку. Приклади. Канонічний вигляд ЛДРЧП другого порядку. Характеристики ЛДРЧП. Інваріантність рівняння характеристик відносно невиродженої заміни змінних. Зведення ЛДРЧП другого порядку з двома незалежними змінними до канонічного вигляду. Метод характеристик.

Змістовий модуль 2. Рівняння гіперболічного типу

Тема 3. Задача Коші для нескінченної струни

Постановка задачі Коші для нескінченної струни. Формула Даламбера, її фізичний зміст. Неоднорідне рівняння струни. Принцип Дюамеля. Коректність постановки задачі Коші. Енергетична нерівність. Теорема існування та єдиності.

Тема 4. Крайові задачі для скінченної струни і мембрани

Постановка основних крайових задач для скінченної струни. Теорема єдиності розв'язку першої, другої та третьої крайових задач. Метод розділення змінних. Побудова розв'язків крайових задач для однорідного рівняння струни і однорідних крайових умов. Теореми про існування розв'язків у певних класах функцій. Фізичний зміст розв'язків. Стоячі хвилі. Неоднорідне рівняння. Функція впливу і її фізичний зміст. Постановка крайових задач для скінченної мембрани. Коливання прямокутної мембрани. Коливання кругової мембрани. Функції Бесселя та їх властивості.

Тема 5. Задача Коші для хвильового рівняння у просторі

Побудова центральносиметричного розв'язку хвильового рівняння в сферичних координатах. Метод усереднення. Формула Кірхгофа та її фізичний зміст. Принцип Дюамеля.

Змістовий модуль 3. Рівняння параболічного типу

Тема 6. Задача Коші для одновимірного рівняння теплопровідності

Постановка задачі Коші для однорідного рівняння. Метод інтегрального перетворення Фур'є. Формула Пуассона. Ядро Пуассона, його властивості. Неоднорідне рівняння теплопровідності. Принцип Дюамеля.

Тема 7. Крайові задачі для рівняння теплопровідності

Принцип максимуму для рівняння теплопровідності. Постановка крайових задач. Метод розділення змінних для тонкого скінченного стрижня. Теореми існування та єдиності розв'язку першої, другої, третьої крайових задач. Задача про вільний теплообмін на межі стрижня. Задача теплопровідності для кулі. Сферичні функції.

Змістовний модуль 4. Рівняння еліптичного типу

Тема 8. Гармонічні функції та їх властивості

Рівняння Лапласа. Гармонічні функції та їх властивості. Теорема про середнє значення. Принцип максимуму гармонічної функції. Постановка крайових задач для рівняння Лапласа. Теореми єдиності розв'язків крайових задач.

Тема 9. Крайові задачі для рівняння Лапласа в канонічних областях

Метод розділення змінних в рівнянні Лапласа в полярних і сферичних координатах. Крайові задачі для кола і кулі.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі										
		л	п	лаб	інд	с.р.						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Модуль 1												
Змістовний модуль 1. Загальні поняття теорії лінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних												
Тема 1. Вступ до диференціальних рівнянь у частинних похідних	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–
Тема 2. Класифікація лінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних другого порядку	18	4	4	–	–	10	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовним модулем 1	28	6	6	–	–	16	–	–	–	–	–	–
Змістовний модуль 2. Рівняння гіперболічного типу												
Тема 3. Задача Коші для нескінченної струни	14	4	2	–	–	8	–	–	–	–	–	–
Тема 4. Крайові задачі для скінченної струни і мембрани	30	6	8	–	–	16	–	–	–	–	–	–
Тема 5. Задача Коші для хвильового рівняння у просторі	4	2	-			2						
Модульний контроль	2		2									
Разом за змістовим модулем 2	50	12	12	–	–	26	–	–	–	–	–	–
Модуль 2												
Змістовний модуль 3. Рівняння параболічного типу												
Тема 6. Задача Коші для одновимірного рівняння теплопровідності	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–
Тема 7. Крайові задачі для рівняння теплопровідності	20	4	4			12						
Разом за змістовим модулем 3	30	6	6	–	–	18	–	–	–	–	–	–
Змістовний модуль 4. Рівняння еліптичного типу												
Тема 8. Гармонічні функції та їх властивості	24	6	2	–	–	16	–	–	–	–	–	–
Тема 9. Крайові задачі для рівняння Лапласа в канонічних областях	16	2	4			10						
Модульний контроль	2		2									
Разом за змістовим модулем 4	42	8	8	–	–	26	–	–	–	–	–	–
Разом годин	150	32	32	–	–	86						

5. Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кільк. год.
1	2	3
1	Складання математичних моделей деяких фізичних явищ, що ґрунтуються на ДРЧП	2
2-3	Класифікація і зведення до канонічного вигляду ЛДРЧП другого порядку. Метод характеристик	4
4	Задача Коші для нескінченної струни. Формула Даламбера	2
5-7	Крайові задачі для скінченної струни. Однорідне та неоднорідне рівняння, різні типи граничних умов. Принцип Дюамеля.	6
8	Крайові задачі для прямокутної мембрани.	2
9	Модульний контроль	2
10	Задача Коші для рівняння теплопровідності у тонкому нескінченному стрижні. Метод перетворення Фур'є	2
11-12	Крайові задачі для рівняння теплопровідності	4
13	Побудова функції Гріна для рівняння Лапласа для деяких канонічних областей	2
14-15	Крайові задачі для рівняння Лапласа в прямокутнику, колі, еліпсі, циліндрі	4
16	Модульний контроль	2
	Разом	32

7. Теми лабораторних занять

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Вступ до диференціальних рівнянь у частинних похідних (Тема 1)	6
2	Класифікація лінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних другого порядку (Тема 2)	10
3	Задача Коші для нескінченної струни (Тема 3)	8
4	Крайові задачі для скінченної струни і мембрани (Тема 4)	16
5	Задача Коші для хвильового рівняння у просторі (Тема 5)	2
6	Задача Коші для одновимірного рівняння теплопровідності (Тема 6)	6
7	Крайові задачі для рівняння теплопровідності (Тема 7)	12

8	Гармонічні функції та їх властивості (Тема 8)	16
9	Крайові задачі для рівняння Лапласа в канонічних областях (Тема 9)	
	Разом	86

9. Індивідуальні завдання

№ з/п	Назва теми
1	Виконання розрахункової роботи на тему «Зведення ЛДРЧП другого порядку до канонічного вигляду. Розв'язання крайових задач для рівняння струни».

10. Методи навчання

Проведення аудиторних лекцій, практичних занять, індивідуальні консультації, самостійна робота студентів за матеріалами, опублікованими.

11. Методи контролю

Проведення поточного контролю, письмового модульного контролю, фінальний контроль у вигляді іспитів.

12. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

12.1. Розподіл балів, які отримують студенти (кількісні критерії оцінювання)

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовний модуль 1			
Робота на лекціях	0...0,5	3	0...1,5
Робота на практичних заняттях	0...2,5	3	0...7,5
Самостійна робота	0...1	2	0...2
Змістовний модуль 2			
Робота на лекціях	0...0,5	6	0...3
Робота на практичних заняттях	0...2,5	5	0...12,5
Самостійна робота	0...1	5	0...5
Модульний контроль	0...24	1	0...24
Змістовний модуль 3			
Робота на лекціях	0...0,5	3	0...1,5
Робота на практичних заняттях	0...2,5	3	0...7,5
Самостійна робота	0...1	3	0...3
Змістовний модуль 4			
Робота на лекціях	0...0,5	4	0...2
Робота на практичних заняттях	0...2,5	3	0...7,5

Самостійна робота	0...1	3	3
Модульний контроль	0...24	1	0...24
Виконання та захист розрахункової роботи	0...20	1	0...20
Всього за семестр(*)			0...124

(*) Якщо кількість модульних балів у студента перевищує 100, то як підсумкову оцінку виставляється 100 балів.

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту складається з п'яти питань (двох теоретичних і трьох практичних). За кожне питання студент може одержати максимальну суму балів - 20.

12.2. Якісні критерії оцінювання

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки:

Задовільно (60-74). Оцінка ставиться, якщо студент знає основні теоретичні поняття, наведені в курсі, може визначити тип ЛДРЧП другого порядку, приводити його до канонічного вигляду, розв'язувати крайові задачі для деяких типів диференціальних рівнянь. Індивідуальне завдання захищено на не менше ніж 12 балів. Відповіді студента розкривають суть питань без достатньої повноти і обґрунтування, або у відповідях є неправильне тлумачення окремих понять та неточність у формулюванні відповідних термінів.

Добре (75-89). Оцінка ставиться, якщо студент вільно володіє логіко-понятійним апаратом курсу, може обґрунтувати основні його положення (теореми існування та єдиності розв'язків крайових задач, формули Даламбера, Кірхгофа, Пуассона), знає основні принципи теорії рівнянь математичної фізики правильно, володіє методами розв'язання задач для ЛДРЧП, розв'язує практичні завдання білету. Індивідуальне завдання захищено на не менше ніж 15 балів. У відповідях студента можуть допускатися окремі помилки непринципового характеру, які не впливають на розкриття суті теоретичних питань.

Відмінно (90-100). Оцінка ставиться, якщо студент, має стійкі системні знання з дисципліни, уміє їх обґрунтовувати, узагальнювати та продуктивно їх використовує на творчому рівні. Задачі білету розв'язані та мають пояснення до кожного етапу розв'язання. Індивідуальне завдання захищено на не менше ніж 18 балів.

12.3 Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру

Протягом семестру студент отримує бали за накопичувальною системою згідно з таблицею наведеною в п. 12.1. Дано деякі пояснення до таблиці.

Робота на лекції – активна форма засвоєння матеріалу курсу: 0,5 бала ставиться за продумані питання, які студент задає лектору, участь в обговоренні предмета лекції, відповіді на питання, які по ходу лекції задає викладач. Актив-

ність студента може заохочуватися додатковими коефіцієнтами, які множаться на 0,5 бала.

Робота на практичному занятті оцінюється так: 1,5 бала за захист виконаного домашнього завдання, 2 бали за самостійно розв'язану задачу або 1 бал за розв'язану задачу за допомогою викладача, 2 бали за обґрунтовану відповідь на теоретичне питання з доведенням основних положень біля дошки.

Самостійна робота – 1 бал ставиться студенту за виконання домашнього завдання разом з його захистом у поза аудиторний час.

Індивідуальне завдання включає виконання та захист розрахункової роботи, яка складається з 3 задач за темами, означеними в назві роботи. За кожну задачу можна одержати максимально 6-7 балів.

Модульний контроль проводиться два рази на семестр на 8 і 16 тижнях на практичних заняттях. Білет для модульного контролю включає 4 питання (два теоретичних і два практичних). За відповідь на одне питання студент може отримати максимально 6 балів. Критерії оцінювання у відсотковому відношенні відповідають якісним критеріям з п. 12.2.

Шкала оцінювання: бальна і традиційна

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

13. Методичне забезпечення

Підручники, навчальні посібники, які видані в університеті :

1. Ніколаєв О.Г. Диференціальні рівняння: підручник. В 2-х кн.. Кн. 2 – Х.: ХАІ, 2020.
2. Барахов К.П., Куреннов С.С., Соловьев О.І. Рівняння математичної фізики: навч. посібник. - Х.: ХАІ, 2020.
3. Ніколаєв О.Г. Диференціальні рівняння: підручник. В 2-х кн.. Кн. 1 – Х.: ХАІ, 2019.
4. Брисіна І.В. та ін. Практичний курс вищої математики в 4-х кн. Кн. 4. Навч. посібник для ВНЗ України. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
5. Робочий зошит. Варіаційне числення. Диференціальні рівняння у частинних похідних. Теорія ймовірності. – Х.: ХАІ, 2003.

Електронний ресурс, на якому розміщено навчально-методичний комплекс дисципліни: [//library.khai.edu](http://library.khai.edu). Комплекс включає в себе такі обов'язкові складові:

- робоча програма дисципліни;
- конспект лекцій, підручники (навчальні посібники), в тому числі в електронному вигляді, які за змістом повністю відповідають робочій програмі дисципліни;
- методичні вказівки та рекомендації для виконання розрахункових та практичних робіт, а також рекомендації для самостійної підготовки;
- тематики індивідуальних завдань;
- приклади розв'язування типових задач чи виконання типових завдань;
- питання для контрольних заходів;

Базова

1. Ніколаєв О.Г. Диференціальні рівняння: підручник. В 2-х кн.. Кн. 2 – Х.: ХАІ, 2020.
2. Барахов К.П., Куреннов С.С., Соловьев О.І. Рівняння математичної фізики: навч. посібник. - Х.: ХАІ, 2020.
3. Брисіна І.В. та ін. Практичний курс вищої математики в 4-х кн. Кн. 4. Навч. посібник для ВНЗ України. – Х.: ХАІ, 2004.
4. Робочий зошит. Варіаційне числення. Диференціальні рівняння у частинних похідних. Теорія ймовірності. – Х.: ХАІ, 2003.
5. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2001. – 334 с.
6. Курпа Л.В., Лінник Г.Б. Рівняння математичної фізики. – Харків.: «Підручник НТУ «ХП», 2011.
7. Маркович Б.М. Рівняння математичної фізики. Навчальний посібник. – Львів: Львівська політехніка, 2010.

Допоміжна

1. Гончаренко В. М. Основы теории уравнений в частных производных. – Киев: Вища шк., 1985.
2. Ніколаєв О. Г. Диференціальні рівняння: підручник. В 2 кн. Кн. 1. – Харків: ХАІ, 2019. – 232 с.
3. Олейник О. А. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.
4. Тиморин В. А. Геометрия гамильтоновых систем и уравнений с частными производными. – М. :ВШЕ, 2017.
5. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики. – М.: МГУ, 1999.
6. Шубин М. А. Лекции об уравнениях математической физики. – М.: МЦНМО, 2003.

15. Інформаційні ресурси

Сайт бібліотеки Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» <https://library.khai.edu>.