


Міністерство освіти і науки України  
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

Кафедра вищої математики та системного аналізу (№ 405)

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Гарант освітньої програми

 \_\_\_\_\_ О.Г.Ніколаєв  
(ініціали та прізвище)

« 31 » \_\_\_\_\_ 08 \_\_\_\_\_ 2023 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА ОБОВ'ЯЗКОВОЇ  
НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ**

(назва навчальної дисципліни)

Галузь знань: **12 «Інформаційні технології»**  
(шифр і найменування галузі знань)

Спеціальність: **124 «Системний аналіз»**  
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма: **«Системний аналіз і управління»**  
(найменування освітньої програми)

**Форма навчання: денна**

**Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)**


**Харків 2023**

Робоча програма «Математичний аналіз» для студентів за спеціальністю  
(назва дисципліни)

6.124 «Системний аналіз» освітньою програмою «Системний аналіз і управління»

(код та найменування спеціальності)


Розробник:

Брисіна І.В., доцент кафедри вищої математики та системного аналізу, к.фіз.-мат.н., доцент 

Робочу програму розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та системного аналізу  
(назва кафедри)

Протокол № 11 від «30» червня 2023 р.

Завідувач кафедри: д.фіз.-мат.н, професор  
(науковий ступінь та вчене звання)

  
(підпис)

О.Г.Ніколаєв  
(ініціали та прізвище)

## 1. Опис навчальної дисципліни

|   |  |                                      |       |    |
|---|--|--------------------------------------|-------|----|
| Найменування показників   | Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти   | Характеристика навчальної дисципліни |       |    |
|   |  | Денна форма навчання                 |       |    |
| Кількість кредитів – 16<br><i>денна</i>   | <b>Галузь знань</b><br>124 «Системний аналіз»<br>_____<br>(код та найменування)<br><b>Освітня програма</b><br>«Системний аналіз і управління»<br>_____<br>(найменування) | Обов'язкова                          |       |    |
| Кількість модулів – 6   |  | <b>Навчальний рік</b>                |       |    |
| Кількість змістових модулів – 9   |  | 2023/ 2024                           |       |    |
| Індивідуальне завдання _____<br><small>(назва)</small>  |  | <b>Семестри</b>                      |       |    |
|   |  | 1                                    | 2     | 3  |
| Загальна кількість годин – денна – 480  |  | <b>Лекції</b>                        |       |    |
|   |  | 56                                   | 40    | 40 |
| Кількість тижневих годин для денної форми навчання:<br>Аудиторних/ самостійної роботи студента<br>1 сем. – 6/6 (1 половина),<br>7/7 (2 половина);<br>2 сем. – 5/5 (1 половина),<br>4/3 (2 половина);<br>3 сем. – 4/3,5. |  | <b>Практичні, семінарські</b>        |       |    |
|   | 48   | 32                                   | 32    |    |
|   | <b>Лабораторні</b>   |                                      |       |    |
|   | <b>Самостійна робота</b>   |                                      |       |    |
|   | 106  | 63                                   | 63    |    |
|   | <b>Вид контролю</b>  |                                      |       |    |
|   | іспит  | іспит                                | іспит |    |

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної роботи становить: для денної форми навчання – 248/232.

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета:** отримати фундаментальні знання з математичного аналізу, що є основою вивчення інших математичних курсів та дозволять студентам розв'язувати важливі практичні та теоретичні задачі з різних галузей сучасної математики та суміжних дисциплін, а також закладуть основи фундаментальної математичної підготовки.

**Завдання:** закласти основи фундаментальної фахової підготовки, а саме: границя числової послідовності, границя та неперервність функції, похідна, інтегральне числення, функції багатьох змінних, ряди, елементи гармонічного аналізу, кратні інтеграли, поверхневі та криволінійні інтеграли та ін.

### **Компетентності, які набуваються:**

- Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1)
- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-2)
- Здатність знати та розуміти предметну область і професійну діяльність (ЗК-4)
- Здатність спілкуватися державною мовою усно і письмово (ЗК-5)
- Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел (ЗК-7)
- Здатність використовувати системний аналіз як сучасну міждисциплінарну методологію, що базується на прикладних математичних методах та сучасних інформаційних технологіях і орієнтована на вирішення задач аналізу і синтезу технічних, економічних, соціальних, екологічних та інших складних систем. (ФК-1)
- Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів. (ФК-2)

### **Очікувані результати навчання**

- Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, векторну та лінійну алгебру, аналітичну геометрію та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу. (ПРН-1)

### **Пререквізити** – алгебра та геометрія

**Кореквізити** – функціональний аналіз, випадкові процеси, актуарна математика, теорія ймовірностей, диференціальні рівняння, варіаційне числення, функціональний аналіз, рівняння математичної фізики, випадкові процеси.

### 3. Програма навчальної дисципліни.

#### Модуль 1.

##### Змістовний модуль 1. Вступ до дисципліни.

###### Тема 1. Вступ до дисципліни «Математичний аналіз»

Предмет вивчення і задачі дисципліни „ Математичний аналіз ”. Основні історичні етапи розвитку і становлення математичного аналізу, як науки.

###### Тема 2. Елементи теорії множин та математичної логіки. Множина дійсних чисел.

Математична символіка та логічні операції. Необхідні та достатні умови. Приклади множин. Операції теорії множин та їх властивості. Відображення множин. Композиція відображень. Образ та прообраз множин. Обернене відображення. Взаємно однозначне відображення.

Аксиоматика множини дійсних чисел. Арифметичні дії. Порівняння. Аксиома повноти. Розширена числова пряма. Поняття  $\sup E, \inf E$ . Лема про граничну точку множини. Лема про вкладені відрізки. Окіл точки. Скінченні та зчисленні множини, їх властивості. Зчисленність суми зчислених множин. Незчисленні множини. Потужність множини дійсних чисел.

##### Змістовний модуль 2. Теорія границь послідовності та функції.

###### Тема 3. Границя числової послідовності.

Обмеженість, монотонність. Означення границі числової послідовності. Збіжні послідовності. Нескінченно мала та нескінченно велика послідовності та їх властивості. Арифметичні властивості границі. Перехід до границі в нерівності. Точні межі числових послідовностей.. Теорема про існування точних меж. Зв'язок між границею та граничною точкою послідовності. Фундаментальність. Критерій Коші (випадок послідовності). Границя монотонної послідовності. Число  $e$ .

###### Тема 4. Границя функції. Неперервність функції.

Означення границі функції за Коші та Гейне та їх еквівалентність. Границя функцій у нескінченності. Критерій Коші. Однобічні границі. Властивості функцій, які мають границю. Нескінченно малі та нескінченно великі функції та їх властивості. Арифметичні властивості границі функції. Чудові границі. Порівняння нескінченно малих. Символи  $O$  та  $o$ . Еквівалентність. Таблиця еквівалентних нескінченно малих функцій. Шкала нескінченно малих. Техніка обчислення границь функцій. Неперервність функції в точці та на множині. Арифметичні властивості неперервних функцій. Неперервність складеної функції. Неперервність оберненої функції. Класифікація точок розриву функції. Властивості неперервних функцій на відрізку. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора. Існування оберненої функції. Неперервність найпростіших елементарних функцій. Гіперболічні функції та їх властивості. Властивості функцій, неперервних на відрізку.

## Модуль 2

### Змістовний модуль 3. Диференціальне числення однієї змінної.

#### Тема 5. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної

Похідна функції. Таблиця похідних. Похідна складеної та оберненої функції. Похідні обернених тригонометричних функцій, гіперболічних функцій. Диференційованість функцій. Неперервність диференційованої функції. Диференціал. Геометричне тлумачення диференціала. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбниця. Теореми Ролля, Коші, Лагранжа. Наслідки. Правила Лопіталя-Бернуллі. Розкриття невизначеностей за правилами Лопіталя-Бернуллі. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Пеано та Лагранжа. Зображення функцій  $\exp(x)$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^\alpha$  за допомогою формули Маклорена. Застосування диференціального числення до дослідження функцій та побудови графіків. Зростання та спадання функцій. Екстремум. Необхідні та достатні умови екстремуму. Дослідження функцій на опуклість та вгнутість. Точки перегину. Асимптоти кривих. Дослідження функцій та побудова графіків функцій. Приклади. Полярна система координат, зв'язок з декартовою, графіки функцій у полярній системі.

#### Тема 6. Диференціальне числення функцій кількох незалежних змінних

Метрика  $n$ -вимірного евклідова простору. Окіл точки в  $E^n$ . Внутрішні, зовнішні та граничні точки множини. Відкриті та замкнені множини в  $E^n$ . Поняття області в евклідовому просторі. Границя послідовності в  $E^n$ . Скалярні та векторні функції кількох незалежних змінних. Границя функції кількох змінних та неперервність функції. Властивості неперервних функцій. Диференційованість функцій кількох змінних, частинні похідні, повний диференціал. Похідні від складеної функції. Інваріантність форми запису диференціала першого порядку. Неявні функції та їх похідні. Неявні функції, що задані системою функціональних рівнянь. Похідна за напрямком, градієнт. Дотична площина та нормаль до поверхні. Геометричне тлумачення диференціала функції двох незалежних змінних. Похідні вищих порядків. Теорема про незалежність мішаної похідної від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків. Неінваріантність форми диференціала вищих порядків. Формула Тейлора для функції кількох змінних. Екстремум функції кількох змінних. Необхідні та достатні умови екстремуму. Умовний екстремум. Метод множників Лагранжа. Найбільше та найменше значення функції в замкненій області.

## Модуль 3.

### Змістовний модуль 4. Інтегральне числення функцій однієї змінної.

#### Тема 7. Невизначений інтеграл.

Первісна. Невизначений інтеграл, його властивості. Таблиця інтегралів. Найпростіші методи інтегрування.

Заміна змінної у невизначеному інтегралі, інтегрування частинами. Інтегрування простих дробів. Інтегрування лінійних та дробово-лінійних ірраціональностей. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування

квадратичних ірраціональностей. Інтегрування диференціального бінома. Поняття про еліптичні інтеграли.

### **Тема 8. Визначений інтеграл.**

Визначений інтеграл, як границя інтегральних сум. Властивості. Умови існування визначеного інтеграла. Класи інтегрованих функцій. Основні властивості визначених інтегралів. Похідна від інтеграла зі змінною верхньою границею. Формула Ньютона-Лейбниція. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Наближене обчислення інтеграла. Площа фігури. Застосування визначених інтегралів до обчислення площ плоских фігур у декартових координатах, у полярних координатах, та у випадку функцій, які задані параметрично. Визначення та обчислення довжини дуги кривої. Загальна схема застосування визначеного інтеграла. Застосування визначеного інтеграла в механіці та фізиці. Обчислення об'ємів. Теорема Гульдена.

### **Тема 9. Невласний інтеграл**

Невласні інтеграли з нескінченними границями інтегрування. Умова існування інтеграла. Ознаки збіжності. Критерій Коші. Абсолютна та умовна збіжність. Невласні інтеграли від необмежених функцій. Ознаки збіжності. Гамма-функція Ейлера.

### **Змістовний модуль 5. Криволінійні інтеграли**

#### **Тема 10. Криволінійні інтеграли**

Криволінійні інтеграли першого та другого роду, обчислення, застосування. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Відновлення функції за повним диференціалом. Фізичне застосування криволінійних інтегралів.

### **Модуль 4**

### **Змістовний модуль 6. Числові і функціональні ряди**

#### **Тема 11. Числові і функціональні ряди**

Числові ряди. Основні поняття, приклади. Необхідна ознака збіжності. Ряди з додатними членами. Ознаки збіжності: порівняння, Даламбера, радикальна та інтегральна Коші, Гауса. Абсолютна та умовна збіжність. Ряди, члени яких чергуються знаками. Ознака Лейбниція. Ознака Діріхле. Нескінченні добутки. Основні означення, теореми. Зв'язок з рядами. Приклади. Функціональні ряди. Область збіжності, рівномірна збіжність. Умова рівномірної збіжності. Ознаки рівномірної збіжності: Вейерштрасса, Діріхле. Властивості суми функціонального ряду: неперервність суми ряду, почленне інтегрування та диференціювання рядів. Степеневі ряди. Радіус збіжності. Теорема Абеля. Властивості степеневих рядів. Ряди Тейлора і Маклорена. Розкладання елементарних функцій в ряди Маклорена. Застосування рядів до обчислення інтегралів, границь, розв'язання диференціальних рівнянь.

## Модуль 5.

### Змістовний модуль 7. Ряди та перетворення Фур'є. Елементи операційного числення.

#### Тема 12. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є.

Ортогональні системи функцій. Приклади. Ряд Фур'є по тригонометричній системі функцій. Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є функцій, заданих на інтервалі  $[-\pi, \pi]$ ,  $[-1, 1]$  та  $[a, b]$ . Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є парних та непарних функцій. Теорема Діріхле. Обчислення суми числового ряду за допомогою ряду Фур'є. Рівність Парсеваля. Комплексна форма запису ряду Фур'є. Перехід від комплексної форми ряду до інтегралу Фур'є. Перетворення Фур'є. Синус та косинус перетворення Фур'є. Дискретне та швидке перетворення Фур'є. Властивості та застосування. Інтеграл Діріхле. Згортка функцій та приклади розв'язування інтегральних рівнянь. Означення та основні властивості перетворення Лапласа. Згортка. Визначення оригіналу за зображенням. Застосування.

## Модуль 6

### Змістовний модуль 8. Кратний інтеграл.

#### Тема 13. Подвійні та потрійні інтеграли. Поверхневі інтеграли.

Подвійні інтеграли, їх властивості. Обчислення подвійних інтегралів. Заміна змінних у подвійних інтегралах, подвійний інтеграл у полярних координатах. Геометричні та механічні застосування. Формула Гріна. Інтеграл Пуассона. Потрійні інтеграли. Заміна змінних у потрійних інтегралах. Потрійний інтеграл у циліндричних та сферичних координатах. Загальна формула заміни змінних у кратних інтегралах. Геометричні та механічні застосування. Площа криволінійної поверхні. Поверхневі інтеграли.

### Змістовний модуль 9. Елементи теорії векторного поля.

#### Тема 14. Елементи теорії векторного поля

Векторні лінії поля, їх диференціальні рівняння. Течія векторного поля через відкриту та замкнену поверхні, її обчислення. Дивергенція векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Остроградського-Гаусса. Циркуляція векторного поля, обчислення. Ротор векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Стокса. Оператор «набла», властивості, дії з оператором. Векторні диференціальні операції другого порядку. Основні типи векторних полів: соленоїдальне, потенціальне, гармонічне, їх характеристики.

## 4. Структура навчальної дисципліни

| Назви змістових модулів і тем | Кількість годин |   |   |     |      |              |  |  |  |  |
|-------------------------------|-----------------|---|---|-----|------|--------------|--|--|--|--|
|                               | денна форма     |   |   |     |      | заочна форма |  |  |  |  |
| усього                        | у тому числі    |   |   |     |      |              |  |  |  |  |
|                               | л               | п | л | інд | с.р. |              |  |  |  |  |
|                               |                 |   | а |     |      |              |  |  |  |  |



|   |           |           |           | 6 |   |           |   |   |    |    |    |    |
|---|-----------|-----------|-----------|---|---|-----------|---|---|----|----|----|----|
| 1   | 2         | 3         | 4         | 5 | 6 | 7         | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| <b>Семестр 1</b>  |           |           |           |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| <b>Модуль 1</b>   |           |           |           |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| <b>Змістовний модуль 1. Вступ до дисципліни.</b>                              |           |           |           |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| Тема 1. Вступ до дисципліни «Математичний аналіз»                             | 1         | 1         | -         | - | - | -         | - | - | -  | -  | -  | -  |
| Тема 2. Елементи теорії множин та математичної логіки. Множина дійсних чисел. | 19        | 5         | 4         | - | - | 10        | - | - | -  | -  | -  | -  |
| Разом за змістовним модулем 1   | 20        | 6         | 4         | - | - | 10        | - | - | -  | -  | -  | -  |
| <b>Змістовний модуль 2. Теорія границь</b>                                    |           |           |           |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| Тема 3. Границя числової послідовності  | 22        | 6         | 4         | - | - | 12        | - | - | -  | -  | -  | -  |
| Тема 4. Границя функції. Неперервність функції                                | 46        | 12        | 8         | - | - | 26        | - | - | -  | -  | -  | -  |
| Модульний контроль  | 2         |           | 2         |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| Разом за змістовним модулем 2   | 70        | 18        | 14        | - | - | 38        | - | - | -  | -  | -  | -  |
| <b>Разом за модулем 1</b>   | <b>90</b> | <b>24</b> | <b>18</b> |   |   | <b>48</b> |   |   |    |    |    |    |

|  |            |           |           |          |          |            |          |          |          |          |          |          |
|--|------------|-----------|-----------|----------|----------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Модуль 2</b>  |            |           |           |          |          |            |          |          |          |          |          |          |
| <b>Змістовний модуль 3. Диференціальне числення</b>                      |            |           |           |          |          |            |          |          |          |          |          |          |
| Тема 5. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної        | 66         | 18        | 16        | -        |          | 32         | -        | -        | -        | -        | -        | -        |
| Тема 6. Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних       | 52         | 14        | 12        | -        | -        | 26         | -        | -        | -        | -        | -        | -        |
| Модульний контроль   | 2          |           | 2         |          |          |            |          |          |          |          |          |          |
| Разом за змістовним модулем 3  | 120        | 32        | 30        | -        | -        | 58         | -        | -        | -        | -        | -        | -        |
| <b>Разом за семестр</b>  | <b>210</b> | <b>56</b> | <b>48</b> | <b>-</b> | <b>-</b> | <b>106</b> | <b>-</b> | <b>-</b> | <b>-</b> | <b>-</b> | <b>-</b> | <b>-</b> |
| <b>Семестр 2</b>   |            |           |           |          |          |            |          |          |          |          |          |          |
| <b>Модуль 3</b>  |            |           |           |          |          |            |          |          |          |          |          |          |
| <b>Змістовний модуль 4 . Інтегральне числення функцій однієї змінної</b> |            |           |           |          |          |            |          |          |          |          |          |          |

| 1   | 2          | 3         | 4         | 5 | 6 | 7         | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|---|------------|-----------|-----------|---|---|-----------|---|---|----|----|----|----|
| Тема 7. Невизначений інтеграл.  | 38         | 12        | 8         |   |   | 18        |   |   |    |    |    |    |
| Тема 8. Визначений інтеграл.  | 40         | 12        | 8         |   |   | 20        | – | – | –  | –  | –  | –  |
| Тема 9. Невласний інтеграл  | 12         | 4         | 4         |   |   | 4         |   |   |    |    |    |    |
| Модульний контроль  | 2          |           | 2         |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| Разом за змістовим модулем 4  | 92         | 28        | 22        | – |   | 42        | – | – | –  | –  | –  | –  |
| <b>Модуль 4</b>   |            |           |           |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| <b>Змістовний модуль 5. Числові та функціональні ряди.</b>  |            |           |           |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| Тема 10. Числові і функціональні ряди   | 41         | 12        | 8         | – | – | 21        | – | – | –  | –  | –  | –  |
| Модульний контроль  | 2          |           | 2         |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| Разом за змістовим модулем 5  | 43         | 12        | 10        | – | – | 21        | – | – | –  | –  | –  | –  |
| <b>Разом за семестр</b>   | <b>135</b> | <b>40</b> | <b>32</b> |   |   | <b>63</b> |   |   |    |    |    |    |
| <b>Семестр 3</b>  |            |           |           |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| <b>Модуль 5.</b>  |            |           |           |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| <b>Змістовний модуль 6. Тема 12. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є. Елементи операційного числення</b> |            |           |           |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| Тема 11. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є. Перетворення Лапласа                                       | 56         | 18        | 10        | – |   | 28        | – | – | –  | –  | –  | –  |
| Модульний контроль  | 2          |           | 2         |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| Разом за змістовим модулем 6  | 58         | 18        | 12        |   |   | 28        |   |   |    |    |    |    |
| <b>Модуль 6.</b>  |            |           |           |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| <b>Змістовний модуль 7. Інтегральне числення функцій багатьох змінних.</b>  |            |           |           |   |   |           |   |   |    |    |    |    |
| Тема 12. Кратні інтеграли   | 26         | 8         | 8         | – |   | 10        | – | – | –  | –  | –  | –  |

|   |            |            |            |   |  |            |   |   |   |   |   |   |
|---|------------|------------|------------|---|--|------------|---|---|---|---|---|---|
| Разом за змістовим модулем 7                                | 26         | 8          | 8          | – |  | 10         | – | – | – | – | – | – |
| <b>Змістовний модуль 8. Криволінійні інтеграли</b>          |            |            |            |   |  |            |   |   |   |   |   |   |
| Тема 13. Криволінійні інтеграли                             | 12         | 3          | 3          | – |  | 6          |   |   |   |   |   |   |
| Разом за змістовим модулем 8                                | 12         | 3          | 3          | – |  | 6          |   |   |   |   |   |   |
| <b>Змістовний модуль 9. Елементи теорії векторного поля</b> |            |            |            |   |  |            |   |   |   |   |   |   |
| Тема 14. Елементи теорії векторного поля                    | 33         | 7          | 7          | – |  | 19         | – | – | – | – | – | – |
| Модульний контроль  | 2          |            | 2          |   |  |            |   |   |   |   |   |   |
| Разом за змістовим модулем 9                                | 35         | 7          | 9          |   |  | 19         |   |   |   |   |   |   |
| <b>Разом за семестр</b>                                     | <b>120</b> | <b>32</b>  | <b>32</b>  |   |  | <b>56</b>  |   |   |   |   |   |   |
|   |            |            |            |   |  |            |   |   |   |   |   |   |
| <b>Усього годин</b>   | <b>480</b> | <b>136</b> | <b>112</b> |   |  | <b>232</b> |   |   |   |   |   |   |

### 5. Темі семінарських занять

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|-------|------------|-----------------|
| 1     |            |                 |
| 2     |            |                 |

### 6. Темі практичних занять

| № з/п            | Назва теми  | Кільк. год. |
|------------------|---|-------------|
| <b>Семестр 1</b> |   |             |
| 1                | Вступ до математичного аналізу. Елементи теорії множин та математичної логіки. Множина дійсних чисел. | 2           |
| 2-3              | Границя послідовності. Обчислення границь послідовностей  | 4           |
| 4-6              | Границі функцій. Обчислення границь   | 6           |
| 7                | Нескінченно малі. Порівняння. Порядок. Еквівалентність.   | 2           |
| 8                | Неперервність функції. Точки розриву функції та їх класифікація                                       | 2           |
| 9-11             | Техніка диференціювання. Диференціал функції, його застосування                                       | 6           |
| 12               | Правила Лопіталя-Бернуллі   | 2           |
| 13               | Модульний контроль  | 2           |
| 14               | Формула Тейлора. Застосування формули Тейлора до наближе-   | 2           |

|           |  |   |
|-----------|--|---|
|           | них обчислень  |   |
| 15        | Екстремум функції. Дослідження функцій на опуклість. Точки перегину. Асимптоти   | 2 |
| 16-17     | Побудова графіків функцій у декартовій та полярній системах координат  | 4 |
| 18-19     | Основні означення функції кількох незалежних змінних. Границя та неперервність. Частинні похідні і повний диференціал функції кількох змінних. Похідні складених функцій, функцій, що задані неявно  | 4 |
| 20-21     | Дотична площина і нормаль до поверхні. Похідні вищих порядків. Похідна за напрямком. Формула Тейлора.  | 4 |
| 22-23     | Екстремуми функцій кількох змінних. Безумовний та умовний екстремуми. Метод найменших квадратів.   | 4 |
| 24        | Модульний контроль   | 2 |
| Семестр 2 |  |   |
| 1-4       | Найпростіші методи інтегрування. Заміна змінної у невизначеному інтегралі, інтегрування частинами. Інтегрування раціональних та дробово-раціональних функцій. Інтегрування виразів, з тригонометричними функціями. Інтегрування ірраціональних виразів         | 8 |
| 5-7       | Геометричне і механічне застосування визначених інтегралів: обчислення площ плоских фігур, довжини дуг, об'ємів тіл, площ поверхонь обертання, статичних моментів  | 6 |
| 8-9       | Невласні інтеграли з нескінченими границями та від необмежених функцій. Теореми порівняння. Гамма-функція Ейлера.  | 4 |
| 10        | Модульний контроль   | 2 |
| 11-12     | Числові ряди. Ряди з додатними членами. Ознаки збіжності: порівняння, Даламбера, радикальна та інтегральна Коші, Гауса. Абсолютна та умовна збіжність. Ряди, члени яких чергуються знаками. Ознака Лейбниця.   | 4 |
| 13        | Функціональні ряди. Область збіжності, рівномірна збіжність. Умова рівномірної збіжності. Ознаки рівномірної збіжності: Вейерштрасса, Діріхле. Властивості суми функціонального ряду: неперервність суми ряду, почленне інтегрування та диференціювання рядів. | 2 |
| 14-15     | Степеневі ряди. Радіус збіжності. Теореми Абеля. Властивості степеневих рядів. Ряди Тейлора і Маклорена. Розкладання елементарних функцій в ряди Маклорена. Застосування рядів до обчислення інтегралів, границь, розв'язання диференціальних рівнянь.         | 4 |

|                  |  |            |
|------------------|--|------------|
| 16               | Модульний контроль   | 2          |
| <b>Семестр 3</b> |  |            |
| 1-2              | Ряд Фур'є. Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є функцій, заданих на інтервалі $(-\pi, \pi)$ . Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є функцій, заданих на інтервалі $(-l, l)$ . Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є парних та непарних функцій. Комплексна форма ряду Фур'є. | 4          |
| 3-6              | Перетворення та інтеграл Фур'є, їх властивості та застосування. Перетворення Лапласа.  | 8          |
| 7                | Модульний контроль   | 2          |
| 8-10             | Подвійні інтеграли, обчислення. Обчислення потрійних інтегралів. Подвійні та потрійні інтеграли у криволінійних системах координат. Площа поверхні.  | 6          |
| 11-12            | Криволінійні інтеграли першого та другого роду. Їх застосування. Відновлення функції за повним диференціалом.  | 4          |
| 13               | Поверхневі інтеграли, їх обчислення та застосування. Течія векторного поля через відкриту та замкнену поверхню.  | 2          |
| 14               | Дивергенція поля, її обчислення. Формула Остроградського-Гаусса  | 2          |
| 15               | Ротор векторного поля, обчислення. Циркуляція. Формула Стокса. Оператор "набла", дії з оператором. Потенціал векторного поля, його обчислення  | 2          |
| 16               | Модульний контроль   | 2          |
|                  | <b>Разом</b>   | <b>112</b> |

### 7. Теми лабораторних занять

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|-------|------------|-----------------|
| 1     |            |                 |
| 2     |            |                 |

### 8. Самостійна робота

| № з/п | Назва теми   | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| 1     | Вступ до математичного аналізу. Елементи теорії множин та математичної логіки. Множина дійсних чисел. (Тема 1-2) | 10              |
| 2     | Теорія границь послідовностей(Тема 3)  | 12              |

|    |   |            |
|----|---|------------|
| 3  | Теорія границь функцій. Неперервні функції (Тема 4)                             | 26         |
| 4  | Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної (Тема 5)              | 32         |
| 5  | (Тема 6) Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних (Тема 6)    | 26         |
| 6  | Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної (Теми 7-9)               | 42         |
| 8  | Числові ряди. Функціональні ряди. Степеневі ряди. (Тема 10)                     | 21         |
| 9  | Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є. Перетворення Лапласа. (Тема 11) | 28         |
| 10 | Кратні інтеграли (Тема 12)  | 10         |
| 11 | Криволінійні інтеграли (Тема 13)  | 16         |
| 12 | Елементи теорії векторного поля (Тема 14)                                       | 12         |
|    | <b>Разом</b>  | <b>225</b> |

#### 9. Індивідуальні завдання

| № з/п | Назва теми  | Кількість годин |
|-------|---|-----------------|
| 1     | Розрахункова робота на тему «Теорія границь. Дослідження функцій та побудова графіків функцій». |                 |
| 2     | Розрахункова робота на тему «Інтегральне числення».   |                 |
| 3     | Розрахункова робота на тему «Кратні інтеграли. Задачі теорії векторного поля».                  |                 |

#### 10. Методи навчання

Проведення аудиторних лекцій, практичних занять, індивідуальні консультації (при необхідності), самостійна робота студентів за матеріалами, опублікованими кафедрою (методичні посібники).

#### 11. Методи контролю

Проведення поточного контролю, усної здачі індивідуальних робіт, письмового модульного контролю, фінальний контроль у вигляді семестрового контролю: іспит (проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску).

## 12. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

12.1. Розподіл балів, які отримують студенти (кількісні критерії оцінювання)

| Складові навчальної роботи за 1 семестр  | Бали за одне заняття (завдання) | Кількість занять (завдань) | Сумарна кількість балів |
|--|---------------------------------|----------------------------|-------------------------|
| <b>Семестр 1</b>                         |                                 |                            |                         |
| <b>Змістовний модуль 1</b>               |                                 |                            |                         |
| Робота на практичних заняттях            | 0...2                           | 2                          | 0...4                   |
| Самостійна робота                        | 0...1                           | 2                          | 0...2                   |
| Модульний контроль                       | 0...25                          | 1                          | 0...25                  |
| <b>Змістовний модуль 2</b>               |                                 |                            |                         |
| Робота на практичних заняттях            | 0...2                           | 6                          | 0...12                  |
| Самостійна робота                        | 0...1                           | 6                          | 0...6                   |
| <b>Змістовний модуль 3</b>               |                                 |                            |                         |
| Робота на практичних заняттях            | 0...2                           | 14                         | 0...28                  |
| Самостійна робота                        | 0...1                           | 14                         | 0...14                  |
| Модульний контроль                       | 0...25                          | 1                          | 0...25                  |
| Виконання та захист розрахункової роботи | 0...20                          | 1                          | 0...20                  |
| <b>Всього за семестр (*)</b>             |                                 |                            | <b>0...136</b>          |
| <b>Семестр 2</b>                         |                                 |                            |                         |
| <b>Змістовний модуль 4</b>               |                                 |                            |                         |
| Робота на практичних заняттях            | 0...2                           | 10                         | 0...20                  |
| Самостійна робота                        | 0...1                           | 10                         | 0...10                  |
| Модульний контроль                       | 0...25                          | 1                          | 0...25                  |
| <b>Змістовний модуль 5</b>               |                                 |                            |                         |
| Робота на практичних заняттях            | 0...2                           | 4                          | 0...8                   |
| Самостійна робота                        | 0...1                           | 4                          | 0...4                   |
| Модульний контроль                       | 0...25                          | 1                          | 0...25                  |
| Виконання та захист розрахункової роботи | 0...20                          | 1                          | 0...20                  |
| <b>Всього за семестр (*)</b>             |                                 |                            | <b>0...112</b>          |
| <b>Семестр 3</b>                         |                                 |                            |                         |
| <b>Змістовний модуль 6</b>               |                                 |                            |                         |

|  |        |     |                |
|--|--------|-----|----------------|
| Робота на практичних заняттях            | 0...2  | 5   | 0...10         |
| Самостійна робота                        | 0...1  | 5   | 0...5          |
| Модульний контроль                       | 0...25 | 1   | 0...25         |
| <b>Змістовний модуль 7</b>               |        |     |                |
| Робота на практичних заняттях            | 0...2  | 4   | 0...8          |
| Самостійна робота                        | 0...1  | 4   | 0...4          |
| <b>Змістовний модуль 8</b>               |        |     |                |
| Робота на практичних заняттях            | 0...2  | 1,5 | 0...3          |
| Самостійна робота                        | 0...1  | 1,5 | 0...1,5        |
| <b>Змістовний модуль 9</b>               |        |     |                |
| Робота на практичних заняттях            | 0...2  | 3,5 | 0...7          |
| Самостійна робота                        | 0...1  | 3,5 | 0...3,5        |
| Виконання та захист розрахункової роботи | 0...20 | 1   | 0...20         |
| Модульний контроль                       | 0...25 | 1   | 0...25         |
| <b>Всього за семестр (*)</b>             |        |     | <b>0...112</b> |

**(\*) Якщо кількість модульних балів у студента перевищує 100, то в якості підсумкової оцінки виставляється 100 балів.**

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту складається з двох теоретичних та трьох практичних завдань. За кожне теоретичне питання та практичне завдання студент може отримати до 20 балів. Максимальна сума всіх балів – 100.

## 12.2. Якісні критерії оцінювання

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки:

### **знати:**

- означення границь послідовності та функції, основні властивості, чудові границі;
- означення похідної, таблицю похідних;
- застосування похідної;
- застосування для дослідження функцій та побудови графіків;
- основну термінологію диференціального числення функцій багатьох змінних;
- означення визначеного та невизначеного інтегралу, застосування;



- збіжність рядів та її ознаки, властивості степеневих рядів, застосування рядів;
- елементи гармонічного аналізу, елементи операційного числення;
- способи обчислення та застосування кратних інтегралів, зокрема, у теорії поля.

### 12.3. Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру

**Задовільно (60-74).** Показати мінімум знань та умінь. Захистити всі індивідуальні завдання. Для семестру 1: Знати означення границі. Вміти знаходити прості границі. Знати таблицю похідних та вміти користуватися основними правилами диференціювання. Знати означення екстремуму. Для семестру 2. Знати таблицю первісних, формулу Ньютона - Лейбніца. Вміти інтегрувати частинами та здійснювати найпростішу заміну змінних. Знати найпростіші ознаки збіжності рядів. Для семестру 3. Вміти переходити від подвійного інтегралу до повторного. Вміти розкласти прості функції у ряди Фур'є. Знаходити зображення функцій. Знати диференційні операції 1 порядку. Відповіді студента розкривають суть питань без достатньої повноти і обґрунтування, або у відповідях є неправильне тлумачення окремих понять та неточність у формулюванні відповідних термінів.

**Добре (75-89). 1 семестр.** Вміти застосовувати таблицю еквівалентностей для обчислення границь. Порядок нескінченно малої. Досліджувати неперервність. Твердо знати правила диференціювання. Вміти знаходити точки екстремуму та інтервали опуклості та точки перегину. Знати частинні похідні, поняття градієнта. Означення безумовного та умовного екстремумів. Семестр 2. Впевнено застосовувати основні правила інтегрування. Знати означення визначених та невластивих інтегралів. Орієнтуватися у застосуваннях. Знати достатні умови збіжності рядів. Знати формули Маклорена основних елементарних функцій. Семестр 3. Знати різні вигляди розкладань Фур'є. Знати властивості перетворення Лапласа. Вміти обчислювати кратні інтеграли у різних системах координат. Знати теореми Стокса та Остроградського – Гаусса. У відповідях студента можуть допускатися окремі помилки непринципового характеру, які не впливають на розкриття суті теоретичних питань. Завдання в цілому виконуються без помилок, але в обґрунтуванні розв'язання є певні недоліки.

**Відмінно (90-100).** Здати всі контрольні точки з оцінкою «відмінно». Досконально знати всі теми та вміти застосовувати їх. Зокрема не лише знати зміст теорем, але й вміти доводити їх. Орієнтуватися у зв'язках між ними та міждисциплінарних застосуваннях.

Шкала оцінювання: бальна і традиційна

| Сума балів | Оцінка за традиційною шкалою  |               |
|------------|-------------------------------|---------------|
|            | Іспит, диференційований залік | Залік         |
| 90 – 100   | Відмінно                      | Зараховано    |
| 75 – 89    | Добре                         |               |
| 60 – 74    | Задовільно                    |               |
| 0 – 59     | Незадовільно                  | Не зараховано |

Протягом семестру студент отримує бали за накопичувальною системою згідно з таблицею наведеною в п. 12.1. Дано деякі пояснення до таблиці.

Робота на лекції – активна форма засвоєння матеріалу курсу: 0,5 бала ставиться за продумані питання, які студент задає лектору, участь в обговоренні предмета лекції, відповіді на питання, які по ходу лекції задає викладач. Активність студента може заохочуватися додатковими коефіцієнтами, які множаться на 0,5 бала.

Робота на практичному занятті оцінюється так: 2 бали за самостійно розв'язану задачу або за обґрунтовану відповідь на теоретичне питання з доведенням основних положень; 1 бал за розв'язану задачу за допомогою викладача.

Самостійна робота – 1 бал ставиться студенту за виконання домашнього завдання разом з його захистом.

Індивідуальне завдання включає виконання та захист розрахункової роботи за темами, зазначеними в назві роботи.

Модульний контроль проводиться на 8 і 16 тижнях на додаткових консультаційних заняттях.

### **13. Методичне забезпечення**

#### **Підручники, навчальні посібники, які видані в Університеті:**

1. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004. Книга 1.
2. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004. Книга 2.
3. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004. Книга 3.
4. Робочий зошит. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних. Харків, ХАІ.
5. Робочий зошит. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Харків, ХАІ.
6. Робочий зошит. Кратні і криволінійні інтеграли. Теорія поля. Ряди. Теорія функцій комплексного змінного і елементи операційного числення. Харків, ХАІ.

#### **Комплекс включає в себе такі обов'язкові складові:**

- робоча програма дисципліни;
- конспект лекцій, підручники (навчальні посібники), в тому числі в електронному вигляді, які за змістом повністю відповідають робочій програмі дисципліни;
- методичні вказівки та рекомендації для виконання розрахункових та практичних робіт, а також рекомендації для самостійної підготовки;

- тематики індивідуальних завдань;
- приклади розв'язування типових задач чи виконання типових завдань;
- питання для контрольних заходів;
- каталоги інформаційних ресурсів.

#### **14. Рекомендована література**

##### **Базова:**

1. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004. Книга 1.
2. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004. Книга 2.
3. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004. Книга 3.
4. Робочий зошит. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних. Харків, ХАІ.
5. Робочий зошит. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Харків, ХАІ.
6. Робочий зошит. Кратні і криволінійні інтеграли. Теорія поля. Ряди. Теорія функцій комплексного змінного і елементи операційного числення. Харків, ХАІ.
7. Шкіль М.І. Математичний аналіз, Підручник у двох частинах, К.: Вища школа, 2005, -447 с.
8. Вища математика. Основні означення приклади і задачі: Навч. посібник/ Кулініч Г.Л., Максименко В.В. та ін. В 2 кн. – К.:Либідь, 1994.

##### **Допоміжна:**

1.Rimmer N. Introduction to Calculus, 2013  
 <<http://www.math.upenn.edu/~rimmer/math103/>

#### **15. Інформаційні ресурси**

**Сайт бібліотеки** [library.khai.edu](http://library.khai.edu)