

Міністерство освіти і науки України
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Кафедра вищої математики та системного аналізу (№ 405)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Керівник проектної групи


(підпис)

О.Г. Ніколаєв
(ініціали та прізвище)

« 30 » 08 2019 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА ОБОВ'ЯЗКОВОЇ
НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

ВИПАДКОВІ ПРОЦЕСИ

(назва навчальної дисципліни)

Галузь знань: **12 «Інформаційні технології»**
(шифр і найменування галузі знань)

Спеціальність: **124 «Системний аналіз»**
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма: **«Системний аналіз і управління»**
(найменування освітньої програми)

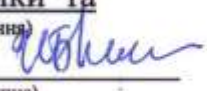
Форма навчання: денна

Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)

Харків 2019 рік

Робоча програма «Випадкові процеси» для студентів за спеціальністю
(назва дисципліни)
124 «Системний аналіз» освітньою програмою «Системний аналіз і управління»
« 07 » червня 2019 р. – 11 с.

Розробник: Брисіна І.В., доцент кафедри вищої математики та
(прізвище та ініціали, посада, науковий ступінь та вчене звання)
системного аналізу, к.фіз.-мат.н., доцент


(підпис)

Робочу програму розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та
(назва кафедри)
системного аналізу

Протокол № 11 від « 19 » червня 2019 р.

Завідувач кафедри: д.фіз.-мат.н, професор
(науковий ступінь та вчене звання)


(підпис)

О.Г.Ніколаєв
(ініціали та прізвище)

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
		Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість кредитів – 4.5 <i>денна</i>	Галузь знань 12 «Інформаційні технології» (шифр та найменування) Спеціальність 124 Системний аналіз (код та найменування) Освітня програма «Системний аналіз і управління» (найменування) Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)	Цикл професійної підготовки ОК-42	
Кількість модулів – 2		Навчальний рік	
Кількість змістових модулів – 5		2019/ 2020	
Індивідуальне завдання __(розрахункова робота)_____ (назва)		Семестр	
		__5_-й	____-й
Загальна кількість годин – денна – 56		Лекції	
		__32_ години	
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 4\3 самостійної роботи студента – 5		Практичні, семінарські	
		__24_ години	
		Лабораторні	
		Самостійна робота	
		__79_ годин	
		Вид контролю	
		іспит	

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної роботи становить: для денної форми навчання –56/79.

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: оволодіти методами, які дозволяють аналітично досліджувати математичні моделі випадкових процесів та їх застосування у різних галузях знань.

Завдання: вивчити ймовірнісні основи теорії; розглянути основні класи стохастичних процесів та їх місце у застосуваннях, а саме – теорії надійності, теорії масового обслуговування, актуарній та фінансовій математиці, економічних процесах, теорії сигналів..

Міждисциплінарні зв'язки: алгебра та геометрія, математичний аналіз, функціональний аналіз, теорія ймовірностей, актуарна математика.

Результати навчання:

1. Знати і вміти застосовувати на практиці основні ймовірнісні методи
2. Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу моделей.
3. Визначати межі та методи статистичних досліджень, застосовуючи сучасні методи.
4. Мати уяву про класичні і сучасні методи дослідження, про межі застосування аналітичних методів, і, як наслідок, співвідношенням між чисельними і аналітичними методами дослідження.

3. Програма навчальної дисципліни

Модуль 1

Змістовий модуль 1

Тема 1. Вступ до дисципліни «Випадкові процеси»

Предмет вивчення і задачі дисципліни «Випадкові процеси». Основні історичні етапи розвитку і становлення. Досягнення вітчизняної школи. Сучасний стан розвитку теорії та застосувань.

Тема 2. Основні поняття теорії випадкових процесів

Означення та приклади випадкових процесів. Класифікація випадкових процесів. Скінченновимірні розподіли. Теорема Колмогорова. Реалізації. Моменти. Кореляційна функція. Властивості числових характеристик. Означення стаціонарних у вузькому та широкому змісті процесів. Приклади. Дійсна та комплексна випадкові гармоніки. Гаусовський процес. Універсальний характер нормального розподілу. Властивості гаусівських систем. Система скінченновимірних розподілів гаусівського процесу. Нормальні процеси із дискретним та неперервним часом.

Змістовий модуль 2. Процеси Маркова

Тема 3. Ланцюг Маркова.

Випадкове блукання. Матриця ймовірностей переходу ланцюга Маркова за один та за декілька кроків. Властивості. Існування стаціонарного розподілу-ергодична теорема. Інтерпретації стаціонарного розподілу.

Тема 4. Процеси Маркова. Марківська властивість. Однорідний процес із дискретною множиною станів. Системи прямих та обернених рівнянь Колмогорова-Чепмена для перехідних ймовірностей та ймовірностей перебування у стані. Існування граничного розподілу. Простіший потік випадкових подій, його властивості та застосування. Процеси Маркова в теорії масового обслуговування. Система Ерланга. Ймовірність втрати. Системи із очікуванням. Розподіл часу чекання моменту початку обслуговування. Поняття про оптимальність для систем масового обслуговування.

Модуль 2.

Змістовий модуль 3. Тема 5. Процеси із незалежними приростами.

Процес Пуассона. Випадковий телеграфний сигнал. Узагальнений телеграфний сигнал. Зв'язок між різними означеннями процесу Пуассона. Суперпозиція процесів Пуассона. Простіший процес. Процес Крамера-Лундберга. Броунівський рух. Різні означення, властивості та застосування. Загальні процеси із незалежними приростами та їх застосування.

Змістовий модуль 4

Тема 6. Лінійні перетворення випадкових процесів.

Канонічний розклад випадкових процесів та лінійні перетворення процесів, поданих у вигляді канонічного розподілу. Зв'язок із канонічним розкладом кореляційної функції. Неперервність, похідна та інтегрування випадкових процесів відповідно до виду збіжності випадкових величин. Критерії середньоквадратичної збіжності. Змінення числових характеристик випадкових процесів при лінійних перетвореннях. Приклади застосування - РС-ланцюжок. Випадки зберігання стаціонарності при лінійних перетвореннях. Спектр стаціонарного процесу. Спектральна щільність.

Змістовий модуль 5

Тема 7. Мартингали.

Означення мартингалів із дискретним часом. Симетричне випадкове блукання як приклад мартингала. Приклади. Класична задача про розорення гравця, середня тривалість гри, ймовірність розорення. Задача про розорення інвестора із застосуванням мартингалів. Момент зупинки. Тотожності Вальда. Мартингали із неперервним часом. Застосування мартингалів для дослідження моменту виходу вінерівського процесу за рівень.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі										
		л	п	лаб	інд	с.р.						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Модуль 1												
Змістовий модуль 1. Основи теорії випадкових процесів												
Тема 1. Вступ до дисципліни «Випадкові процеси»	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Тема 2. Основні поняття теорії. Гаусівські процеси.	25	3	4	–	–	18	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовним модулем 1	26	4	4	–	–	18	–	–	–	–	–	–
Змістовний модуль 2. Процеси Маркова												
Тема 3. Ланцюги Маркова	14	4	4	–	–	6	–	–	–	–	–	–
Тема 4. Марковські однорідні процеси зі счисленною множиною станів	30	8	6	–	–	16	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовним модулем 2	44	12	10	–	–	22	–	–	–	–	–	–
Модуль 2												
Змістовний модуль 3. Процеси із незалежними приростами												
Тема 5. Загальні властивості процесів із незалежними приростами. Процес Пуассона. Процес Вінера.	18	6	4	–	–	8	–	–	–	–	–	–

Змістовий модуль 4 . Лінійні перетворення випадкових процесів												
Тема 6. Лінійні перетворення випадкових процесів. Спектральний розклад.	20	6	4	–	–	10	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 4	20	6	4	–	–	10	–	–	–	–	–	–

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Змістовий модуль 5. Мартингали												
Тема 7. Мартингали	12	4	2	–	–	4	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 5	12	4	2	–	–	4	–	–	–	–	–	–
Разом за семестр	120	32	24	-	-	64	-	-	-	-	-	-

5. Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Денна форма навчання	Заочна форма навчання
1			
2			
	Разом		

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кільк. год.
1-2	Вступ до теорії. Означення та приклади випадкових процесів. Класифікація випадкових процесів. Скінченновимірні розподіли. Теорема Колмогорова. Реалізації. Моменти. Кореляційна функція. Властивості числових характеристик. Означення стаціонарних у вузькому та широкому змісті процесів. Приклади. Дійсна та комплексна випадкові гармоніки. Гаусовський процес	4

3-4	Ланцюги Маркова. Приклади. Застосування. Ергодичність.	4
5-7	Рівняння Колмогорова-Чепмена. Процеси масового обслуговування. Системи з втратами та системи з очікуванням.	6
8	Процес Пуассона.	2
9	Процес Вінера.	2
10	Лінійні перетворення випадкових процесів.	2
11	Спектральний розклад випадкових процесів.	2
12	Мартингали. Задачі про розорення інвестора.	2
	Разом	24

7. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Денна форма навчання	Заочна форма навчання
1			
2			
	Разом		

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Теорема Біргофа-Хінчина. Умова Слуцького. Ергодичність випадкових процесів відносно середнього значення. Ергодичні теореми. Статистичне оцінювання середнього значення та кореляційної функції.	14
2	Вкладений ланцюг Маркова. Застосування у процесах масового обслуговування та математичної теорії надійності. Процеси масового обслуговування у комп'ютерних системах та мережах. Дисципліни обслуговування.	22
3	Випадкові процеси як основа теорії запасів. Мережі. Випадкове блукання. Принцип відбиття. Закон арксинусу. Метод твірних функцій для розгалужених процесів.	10

5	Експоненційний мартингал та його застосування у моделюванні економічних процесів.	8
5	Процеси відновлення. Основна теорема відновлення. Асимптотична поведінка ймовірності банкрутства. Константа Лундберга. Теорема Крамера-Лундберга. Оцінка для ймовірності банкрутства у класичній моделі ризику.	10
6	Виконання розрахункової роботи «Процеси Маркова»	15
	Разом	79

9. Індивідуальні завдання

Процеси Маркова. Розрахунок основних характеристик СМО.

10. Методи навчання

Проведення аудиторних лекцій, практичних занять, індивідуальні консультації (при необхідності), самостійна робота студентів за матеріалами, опублікованими кафедрою (методичні посібники), проведення олімпіад.

11. Методи контролю

Проведення поточного контролю, письмового модульного контролю, фінальний контроль у вигляді диференційованого заліку

12. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

12.1. Розподіл балів, які отримують студенти (кількісні критерії оцінювання)

Складові навчальної роботи за 5 семестр	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Модуль 1			
Робота на практичних заняттях	0...2	8	0...16
Самостійна робота	0...1	8	0...8
Модульний контроль	0...24	1	0...25
Модуль 2			
Робота на практичних заняттях	0...2	6	0...12
Самостійна робота	0...1	6	0...6
Модульний контроль	0...25	1	0...25
Виконання та захист розрахункової роботи	0...20	1	0...20
Всього за семестр (*)			0...112

(*) Якщо кількість модульних балів у студента перевищує 100, то в якості підсумкової оцінки виставляється 100 балів.

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту складається з двох теоретичних та трьох практичних завдань. За кожне теоретичне питання та практичне завдання студент може отримати до 20 балів. Максимальна сума всіх балів – 100.

12.2. Якісні критерії оцінювання

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки:

знати:

- Основні означення та теореми теорії випадкових процесів
- Числові характеристики (скінченновимірні розподіли, математичне сподівання, кореляційна функція).
- Поняття стаціонарності.
- Означення процесів Маркова
- Приклади застосування процесів Маркова.
- Властивості ланцюгів Маркова.
- Означення процесів Вінера та Пуассона.

12.3 Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру

- **Задовільно (60-74).** Показати мінімум знань та умінь. Захистити всі індивідуальні завдання. Знати основні означення (Числові характеристики. Поняття стаціонарності. Означення процесів Маркова. Властивості ланцюгів Маркова. Означення процесів Вінера та Пуассона) . Відповіді студента розкривають суть питань без достатньої повноти і обґрунтування, або у відповідях є неправильне тлумачення окремих понять та неточність у формулюванні відповідних термінів.

Добре (75-89). Твердо знати матеріал, захистити всі індивідуальні завдання. Знати основні класи випадкових процесів. Приклади їх застосування. Скінченновимірні розподіли, математичне сподівання, кореляційна функція. Процеси Маркова, класифікація Кендалла. Ергодічна теорема для ланцюгів. Процеси із незалежними приростами. Означення мартингалів. Означення лінійних перетворень та спектрального розкладу. У відповідях студента можуть допускатися окремі помилки не принципового характеру, які не впливають на розкриття суті теоретичних питань. Завдання в цілому виконуються без помилок, але в обґрунтуванні розв'язання є певні недоліки.

Відмінно (90-100). Здати всі контрольні точки з оцінкою «відмінно». Досконально знати всі теми та уміти застосовувати їх. Зокрема не лише знати зміст теорем, але й вміти доводити їх.

Курсову роботу не передбачено навчальним планом.

Шкала оцінювання: бальна і традиційна

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

13. Методичне забезпечення

Підручники, навчальні посібники, які видані в Університеті:

1. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.

Електронний ресурс, на якому розміщено навчально-методичний комплекс дисципліни: k405@d4.khai.edu

Теорія ймовірностей та математична статистика»

Комплекс включає в себе такі обов’язкові складові:

- робоча програма дисципліни;
- конспект лекцій, підручники (навчальні посібники), в тому числі в електронному вигляді, які за змістом повністю відповідають робочій програмі дисципліни;
- методичні вказівки та рекомендації для виконання розрахункових та практичних робіт, а також рекомендації для самостійної підготовки;
- тематики індивідуальних завдань;
- приклади розв’язування типових задач чи виконання типових завдань;
- питання для контрольних заходів;
- каталоги інформаційних ресурсів.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсовому проекту	для заліку

		(роботи), практики	
90 - 100	A	відмінно	зараховано
83 - 89	B	добре	
75 – 82	C		
68 -74	D	задовільно	
60 – 67	E		
0– 59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	незараховано з можливістю повторного складання

13. Методичне забезпечення

. Підручники, навчальні посібники, які видані в Університеті:

1. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
2. Брисіна І.В., Макарічев В.О. Випадкові процеси. Харків, ХАІ, 2009.
3. Брисіна І.В., Рвачова Т.В., Томілова Є.П., Макарічев В.О. Методи системного аналізу у фінансовій і актуарній математиці. Харків, ХАІ, 2017. Російською мовою. Електронний ресурс.
4. Брисіна І.В., Рвачова Т.В., Томілова Є.П., Макарічев В.О. Фінансова и актуарна математика: навчальний посібник по практичним заняттям. ХАІ, 2017. Російською мовою. Електронний ресурс.

14. Рекомендована література

Базова

1. Анисимов В.В., Закусило О.К., Донченко В.С. Элементы теории массового обслуживания и асимптотического анализа систем.-К. :Вища школа, 1987.-248 с
2. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. М.-Наука, 1975.-320 с.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения.-М.-Высшая школа , 2007, 480с.
4. Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М.,- Случайные процессы. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1999, -448 с.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей .-М. Ленанд ,2015.-448 с.
6. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания, –М. URSS, 2013 Б –400 с.
7. Печинкин А.В., Тескин О.И., Цветкова Г.М.,- Теория вероятностей. Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004, -456с.
8. Пугачев В.С. –Теория вероятностей и математическая статистика , -М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002, 496 с.

9. Розанов Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика.-М.-Наука ,1985, 320 с.
10. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. Под ред. Свешникова А.А.,- М.: Наука 1970.-656с.
11. Сборник задач по математике для ВТУЗов. Под ред. Ефимова А.В.-М.- Наука 1990, 432 с.

Допоміжна

1. Миллер Б.М., Панков Т. П.,- Теория случайных процессов в примерах и задачах. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002-320 с.
2. А.В.Скороход, Лекції з теорії випадкових процесів, Київ.1990, 164 с.
3. Steve Lally, Stochastic processes lecture notes, Galton. Uchicago.edu., 2016.

Інформаційні ресурси (додатково)

<https://nptel.ac.in/courses/110104024/pdf/lecture5.pdf>

https://web.ma.utexas.edu/users/gordanz/notes/introduction_to_stochastic_processes.pdf

<https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-262-discrete-stochastic-processes-spring-2011/video-lectures/lecture-20-markov-processes-and-random-walks/>