

Міністерство освіти і науки України
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

кафедра «Вищої математики та системного аналізу» (№ 405)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Керівник проектної групи

 О.Г. Ніколаєв
(підпис) (ініціали та прізвище)

« 01 » _____ 09 _____ 2020 р.

**СИЛАБУС ОBOB'ЯЗKОВОЇ
HABЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Функціональний аналіз

(назва навчальної дисципліни)

Галузь знань: 12 «Інформаційні технології»
(шифр та найменування галузі знань)

Спеціальність: 124 «Системний аналіз»
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма: «Системний аналіз і управління»
(найменування освітньої програми)

Форма навчання: денна

Рівень вищої освіти: перший(бакалаврський)

Харків 2020

Силабус «Функціональний аналіз» для студентів за спеціальністю
124 «Системний аналіз» і освітньою програмою «Системний аналіз і управління»

« 05 » червня 2020 р. – 10 с.

Розробник: Ніколаєв О.Г. _завідувач кафедри вищої математики та системного аналізу, д.ф.-м.н., професор

(прізвище та ініціали, посада, науковий ступінь та вчене звання)


(підпис)

Силабус розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та системного аналізу

(назва кафедри)

Протокол № 11 від « 26 » червня 2020 р.

Завідувач кафедри: д.фіз.-мат.н, професор

(науковий ступінь та вчене звання)


(підпис)

О.Г.Ніколаєв
(ініціали та прізвище)

1. Опис навчальної дисципліни

Галузь знань: 12 «Інформаційні технології»

Спеціальність: 124 «Системний аналіз»

Освітня програма: «Системний аналіз і управління»

Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)

Форма навчання: денна

Семестр, в якому викладається дисципліна: 5-й

Дисципліна: обов'язкова

Загальна кількість годин/ кредитів за навчальним планом: 165 годин/ 5,5 кредити ЄКТС

Види занять: лекції, практичні заняття

Вид контролю: іспит

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета : засвоєння основних положень функціонального аналізу та їх застосування до обчислювальної математики, диференціальних та інтегральних рівнянь.

Завдання: відпрацювання основних понять, теорем, методів та алгоритмів дисципліни, а саме: властивості метричних, банахових та гільбертових просторів; топологічні поняття метричних просторів; основні принципи функціонального аналізу; загальні поняття теорії лінійних функціоналів і лінійних операторів в банахових і гільбертових просторах; умови розв'язності операторних рівнянь з обмеженим та компактним операторами.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні набути таких **компетентностей:**

інтегральна:

здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми системного аналізу у професійній діяльності або в процесі навчання, що передбачають застосування теоретичних положень та методів системного аналізу та інформаційних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов;

загальні:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК 1);
- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК 2);
- знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності (ЗК 4);
- здатність спілкуватися державною мовою усно і письмово (ЗК 5);
- здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел (ЗК 7);

фахові:

- здатність використовувати системний аналіз як сучасну міждисциплінарну методологію, що базується на прикладних математичних методах та сучасних інформаційних технологіях і орієнтована на вирішення задач

аналізу і синтезу технічних, економічних, соціальних, екологічних та інших складних систем (ФК 1);

- здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів (ФК 2);
- здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі (ФК 9).

Очікувані програмні результати навчання:

- знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, векторну та лінійну алгебру, аналітичну геометрію та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу (ПРН 1);
- знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь у частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики (ПРН 4);
- знати основні положення теорії метричних просторів, лебегівської теорії міри та інтеграла, теорії обмежених лінійних операторів в банахових та гільбертових просторах, застосовувати техніку і методи функціонального аналізу для розв'язання задач керування складними процесами в умовах невизначеності (ПРН 5).

Міждисциплінарні зв'язки: базою для засвоєння функціонального аналізу є такі дисципліни: «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія». Використовується як сучасна математична мова в усіх математичних дисциплінах, зокрема в таких: «Рівняння математичної фізики», «Методи оптимізації», «Моделювання складних систем», «Теорії керування», «Системний аналіз».

3. Програма навчальної дисципліни

Модуль 1

Змістовий модуль 1. Метричні, нормовані та евклідові простори

Тема 1. Простори

Нерівності Гьольдера та Мінковського. Метрика. Означення метричного простору. Приклади метричних просторів. Нормований простір. Приклади. Скалярний добуток. Евклідів простір. Евклідова норма. Властивості скалярного добутку та норми. Приклади. Ізометрія метричних просторів.

Кількість годин на тему – 16, з них лекції – 4, практичні заняття – 4, самостійна робота – 8.

Тема 2. Збіжність

Границя послідовності елементів в метричному просторі. Зміст збіжності в конкретних метричних просторах. Властивості границі в метричному, нормованому, евклідовому просторах. Неперервні відображення метричних просторів. Еквівалентність норм в нормованому просторі.

Кількість годин на тему – 8, з них лекції – 2, практичні заняття – 2, самостійна робота – 4.

Тема 3. Топологія

Відкрита та замкнена кулі в метричному просторі, окіл точки. Обмежена множина. Внутрішня, зовнішня та гранична точки множини. Відкрита та замкнена множини в метричному просторі. Операція замкнення, її властивості. Властивості відкритих та замкнених множин. Поняття топологічного простору. Всюди щільна та ніде не щільна множини. Канторова множина. Сепарабельний простір. Приклад несепарабельного простору.

Кількість годин на тему – 11, з них лекції – 3, практичні заняття – 2, самостійна робота – 6.

Тема 4. Повнота

Фундаментальна послідовність, її властивості. Повні метричні простори. Банахові та гільбертові простори. Повнота конкретних просторів. Принцип вкладених куль. Ряди в банахових просторах.

Кількість годин на тему – 11, з них лекції – 3, практичні заняття – 2, самостійна робота – 6.

Тема 5. Підпростори

Підпростори нормованого простору. Приклади. Відстань елемента від підпростору. Елемент найкращого наближення. Теорема про елемент найкращого наближення до підпростору гільбертова простору. Теорема Ріса про «майже перпендикуляр». Ортогональне доповнення до лінійного многовида. Базис в нормованому просторі. Ортонормовані системи в гільбертовому просторі. Процес ортогоналізації. Многочлени Лежандра. Ряди Фур'є в гільбертовому просторі. Екстремальна властивість відрізка ряду Фур'є. Повні ортонормовані системи. Рівність Парсеваля. Критерії повноти ортонормованої системи в гільбертовому просторі.

Кількість годин на тему – 19, з них лекції – 5, практичні заняття – 4, самостійна робота – 10.

Тема 6. Компактність

Компактні множини в метричних просторах. Приклади. Властивості компактних множин. Екстремальні властивості неперервних функцій на компактах. Критерій компактності Хаусдорфа та його наслідки. Критерій компактності в просторі неперервних функцій. Приклади. Локальна компактність в нормованому просторі.

Кількість годин на тему – 14, з них лекції – 3, практичні заняття – 4, самостійна робота – 7.

Модульний контроль – 2.

Модуль 2

Змістовий модуль 2. Лінійні функціонали і оператори в банахових і гільбертових просторах

Тема 7. Лінійні функціонали. Спряжені простори

Означення лінійного функціоналу, його властивості. Неперервність та об-

меженість лінійного функціонала, його норма. Спряжений простір. Загальний вигляд функціоналів в деяких нормованих просторах. Теорема Ріса про загальний вид функціонала в гільбертовому просторі. Узагальнений розв'язок крайової задачі. Ортогональне доповнення до множини в нормованому просторі. Теорема Хана – Банаха та її наслідки. Геометричне тлумачення.

Кількість годин на тему – 26, з них лекції – 6, практичні заняття – 6, самостійна робота – 14.

Тема 8. Лінійні оператори в банахових та гільбертових просторах

Означення лінійного оператора в нормованому просторі. Приклади. Обмеженість та неперервність лінійного оператора. Норма оператора. Приклади. Простір лінійних обмежених операторів та типи збіжності в ньому. Принцип рівномірної обмеженості. Алгебра операторів. Ядро та образ оператора. Означення оберненого оператора. Критерій обмеженої оберненості лінійного оператора. Умови існування оператора $(I - A)^{-1}$. Теорема Банаха про обернений оператор. Спряжений оператор до обмеженого. Норма спряженого оператора. Лінійні цілком неперервні оператори, їх властивості. Приклади. Спряжений оператор до цілком неперервного оператора.

Кількість годин на тему – 38, з них лекції – 10, практичні заняття – 8, самостійна робота – 20.

Змістовий модуль 3. Лінійні операторні рівняння

Тема 9. Лінійні операторні рівняння

Рівняння зі стискаючим оператором. Теорема Банаха. Застосування до аналізу і побудови наближених розв'язків НСЛАР та інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду. Рівняння з компактним оператором. Теореми Фредгольма. Наближені методи розв'язання операторних рівнянь.

Кількість годин на тему – 18, з них лекції – 4, практичні заняття – 4, самостійна робота – 10.

Модульний контроль – 2.

4. Індивідуальні завдання

№ з/п	Назва теми
1	Виконання розрахункової роботи «Метричні, нормовані, евклідові простори. Лінійні функціонали і оператори. Наближений розв'язок операторних рівнянь»

5. Методи навчання

Проведення аудиторних лекцій, практичних занять, індивідуальні консультації, самостійна робота студентів за матеріалами, опублікованими.

6. Методи контролю

Проведення поточного контролю, усної здачі індивідуальних робіт, письмового модульного контролю, фінального контролю у вигляді семестрового контролю у вигляді іспиту (проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску).

7. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

7.1. Розподіл балів, які отримують студенти (кількісні критерії оцінювання)

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовний модуль 1			
Робота на лекціях	0...0,5	10	0...5
Робота на практичних заняттях	0...2,5	9	0...22,5
Самостійна робота	0...1	8	0...8
Модульний контроль	0...24	1	0...24
Змістовний модуль 2			
Робота на лекціях	0...0,5	8	0...4
Робота на практичних заняттях	0...2,5	7	0...17,5
Самостійна робота	0...1	7	0...7
Змістовний модуль 3			
Робота на лекціях	0...0,5	2	0...1
Робота на практичних заняттях	0...2,5	2	0...5
Самостійна робота	0...1	2	0...2
Модульний контроль	0...24	1	0...24
Виконання та захист розрахункової роботи	0...10	1	0...10
Разом за семестр(*)			0...130

(*) Якщо кількість модульних балів у студента перевищує 100, то як підсумкову оцінку виставляється 100 балів.

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту складається з чотирьох питань (двох теоретичних і двох практичних). За кожне питання студент може одержати максимальну суму балів - 25.

7.2. Якісні критерії оцінювання

Задовільно (60-74). Оцінка ставиться, якщо студент знає загальні поняття метричних, банахових і гільбертових просторів, може навести їх приклади; знає означення і властивості відкритих і замкнених множин метричного простору; знає означення лінійних і обмежених функціоналів і операторів, знає критерій оберненості лінійного обмеженого оператора; вміє перевіряти аксіоми метрики, норми і скалярного добутку, перевіряти лінійність і обмеженість функціоналів і операторів, вміє розкласти елемент гільбертового простору за ортонормованою системою в узагальнений ряд Фур'є.

Добре (75-89). Оцінка ставиться, якщо студент, крім зазначеного вище, ві-

льно володіє логіко-понятійним апаратом курсу, може обґрунтувати основні його положення (теореми Хана-Банаха, Ріса, Хаусдорфа, Банаха, Фредгольма), вміє знаходити норми лінійних обмежених функціоналів і операторів, досліджувати операторні рівняння на розв'язність.

Відмінно (90-100). Оцінка ставиться, якщо студент, має стійкі системні знання з дисципліни, уміє їх обґрунтовувати, узагальнювати та продуктивно їх використовує на творчому рівні. Задачі білету розв'язані та мають пояснення до кожного етапу розв'язання. Студент вільно володіє понятійним апаратом, уміє логічно мислити, аналізувати нестандартні ситуації. Має глибокі знання з теорії операторних рівнянь на основі властивостей лінійних операторів і векторних просторів, в яких вони діють. Вміє аналізувати операторні рівняння, знаходити їх наближені розв'язки, контролювати похибки таких наближень.

7.3 Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру

Протягом семестру студент отримує бали за накопичувальною системою згідно з таблицею наведеною в п. 7.1. Дано деякі пояснення до таблиці.

Робота на лекції – активна форма засвоєння матеріалу курсу: 0,5 бала ставиться за продумані питання, які студент задає лектору, участь в обговоренні предмета лекції, відповіді на питання, які по ходу лекції задає викладач. Активність студента може заохочуватися додатковими коефіцієнтами, які множаться на 0,5 бала.

Робота на практичному занятті оцінюється так: 1,5 бала за захист виконаного домашнього завдання, 2 бали за самостійно розв'язану задачу або 1 бал за розв'язану задачу за допомогою викладача, 2 бали за обґрунтовану відповідь на теоретичне питання з доведенням основних положень біля дошки.

Самостійна робота – 1 бал ставиться студенту за виконання домашнього завдання разом з його захистом в поза аудиторний час.

Індивідуальне завдання включає виконання та захист розрахункової роботи, яка складається з 5 задач за темами, означеними в назві роботи. За кожну задачу можна одержати максимально 2 бали.

Модульний контроль проводиться два рази на семестр на 10 і 16 тижнях на практичних заняттях. Білет для модульного контролю включає 4 питання (два теоретичних і два практичних). За відповідь на одне питання студент може отримати максимально 6 балів. Критерії оцінювання у відсотковому відношенні відповідають якісним критеріям з п. 7.2.

Шкала оцінювання: бальна і традиційна

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

8. Методичне забезпечення

Підручники, навчальні посібники, які видані в університеті :

1. Ніколаєв О.Г., Рвачова Т.В., Соловйов О.И. Функціональний аналіз. Навчальний посібник. – Х.: ХАІ, 2008.

Електронний ресурс, на якому розміщено навчально-методичний комплекс дисципліни: [//library.khai.edu](http://library.khai.edu). Комплекс включає в себе такі обов'язкові складові:

- робоча програма дисципліни;
- конспект лекцій, підручники (навчальні посібники), в тому числі в електронному вигляді, які за змістом повністю відповідають робочій програмі дисципліни;
- методичні вказівки та рекомендації для виконання розрахункових та практичних робіт, а також рекомендації для самостійної підготовки;
- тематики індивідуальних завдань;
- приклади розв'язування типових задач чи виконання типових завдань;
- питання для контрольних заходів;

9. Рекомендована література

Базова

1. Ніколаєв О.Г., Рвачова Т.В., Соловйов О.И. Функціональний аналіз. Навчальний посібник. – Х.: ХАІ, 2008.
2. Березанський Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функціональний аналіз. – Львів, 2014.
3. Федак І.В. Функціональний аналіз. Навч. посібник. – Івано-Франківськ, 2011.
4. Боярищева Т.В., Гудивок Т.В., Погоріляк О.О. Функціональний аналіз. Навч. посібник. – Ужгород, 2013.
5. Ус С.А. Функціональний аналіз: навч. посібник. – Дніпро: НГУ, 2013.

Допоміжна

1. Городецкий В.В., Нагибида Н.И., Настасиев П.П. Методы решения задач по функциональному анализу. – К.: Выща школа, 1990.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
3. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. – М.: ВШ, 1982.
4. Треногин В.А. Функциональный анализ. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
5. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. – М.: Наука, 1984.
6. Хатсон В., Пим Дж.С. Приложение функционального анализа и теории операторов. – М.: Мир, 1983.
7. Saxe K. Beginning Functional Analysis. – New York: Springer-Verlag, 2002.

8. Rynne B.P., Youngson M.A. Linear functional analysis. – London: Springer-Verlag, 2008

15. Інформаційні ресурси

Сайт бібліотеки Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» <https://library.khai.edu>.