

Міністерство освіти і науки України
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Кафедра вищої математики та системного аналізу (№ 405)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Керівник проектної групи


(підпис)

О.Г.Ніколаєв

(ініціали та прізвище)

« 01 » 09 2020 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА ВИБІРКОВОЇ
НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

МЕТОДИ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ

(назва навчальної дисципліни)

Галузь знань: **12 «Інформаційні технології»**
(шифр і найменування галузі знань)

Спеціальність: **124 «Системний аналіз»**
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма: **«Системний аналіз і управління»**
(найменування освітньої програми)

Форма навчання: денна

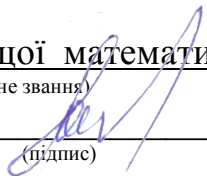
Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)

Харків 2020 рік

Робоча програма «Методи оптимального керування» для студентів за
(назва дисципліни)
спеціальністю 124 «Системний аналіз» освітньою програмою «Системний
аналіз і управління»

« 09 » червня 2020 р. – 12 с.

Розробник: Головченко О.В., професор кафедри вищої математики та
(прізвище та ініціали, посада, науковий ступінь та вчене звання)
системного аналізу, к.фіз.-мат.н., доцент


(підпис)

Робочу програму розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та
(назва кафедри)
системного аналізу

Протокол № 11 від « 26 » червня 2020 р.

Завідувач кафедри: д.фіз.-мат.н, професор
(науковий ступінь та вчене звання)


(підпис)

О.Г.Ніколаєв
(ініціали та прізвище)

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни (денна форма навчання)
Кількість кредитів – 4	Галузь знань: <u>12 «Інформаційні</u> (шифр та найменування) <u>технології»</u> Спеціальність: <u>124 «Системний аналіз»</u> (код та найменування) Освітня програма: <u>«Системний аналіз і</u> (найменування) <u>управління»</u> Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)	Вибіркова
Кількість модулів – 2		Навчальний рік
Кількість змістовних модулів – 4		2020/2021
Індивідуальне завдання: <u>розрахункова робота</u> (назва)		Семестр
Загальна кількість годин – 64/120		<u>7</u> -й
		Лекції ¹⁾
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 64 самостійної роботи студента – 56		<u>32</u> години
		Практичні
		<u>32</u> години
		Лабораторні ¹⁾
	- годин	
	Самостійна робота	
	56 годин	
	Вид контролю	
	модульний контроль, іспит	

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної роботи становить: 64/56.

¹⁾ Аудиторне навантаження може бути зменшене або збільшене на одну годину в залежності від розкладу занять.

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета вивчення: отримання навичок дослідження на екстремум функціоналів, застосування цих навичок в теорії оптимального керування.

Завдання: застосовувати методи теорії варіаційного числення для розв'язання задач програмного керування; вміти користуватися методом максимуму Понтрягіна, розв'язувати задачі синтезу, користуватися методом динамічного програмування Беллмана.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких **компетентностей**:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК1);
- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК2);
- здатність знати та розуміти предметну область і професійну діяльність (ЗК4);
- здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел (ЗК7);
- здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів (ФК2);
- здатність формулювати задачі оптимізації при проектуванні систем управління та прийняття рішень, а саме: математичні моделі, критерії оптимальності, обмеження, цілі управління; обирати раціональні методи та алгоритми розв'язання задач оптимізації та оптимального керування (ФК5);
- здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі (ФК10);
- здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження і аналізувати дані, отримані в них (ФК11).

Програмні результати навчання:

- знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, векторну та лінійну алгебру, аналітичну геометрію та векторний аналіз, функціональний аналіз в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу (ПРН1);
- знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь у частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики (ПРН4);
- знати основи теорії оптимізації, оптимального керування та вміти застосовувати їх на практиці для розв'язування прикладних задач управління і проектування складних систем (ПРН7).

Міждисциплінарні зв'язки: алгебра та геометрія, математичний аналіз, звичайні та у частинних похідних диференціальні рівняння, функціональний аналіз, фізика.

3. Програма навчальної дисципліни

Модуль 1. Варіаційне числення

Змістовий модуль 1. Найпростіша задача варіаційного числення. Необхідні умови екстремуму функціонала.

Тема 1. Варіація функціонала. Необхідні умови екстремуму

Задачі, які приводять до варіаційного числення. Основні типи векторних просторів і функціоналів варіаційного числення. Постановка найпростішої задачі варіаційного числення. Варіація функціонала. Основна лема варіаційного числення. Необхідна умова екстремуму функціонала. Рівняння Ейлера–Лагранжа. Окремі випадки інтегрування рівняння Ейлера–Лагранжа.

Тема 2. Деякі узагальнення найпростішої задачі

Варіаційна задача з вільними кінцями. Варіаційна задача для декількох незалежних змінних. Задача для n невідомих функцій. Функціонали, які залежать від похідних вищих порядків. Задача на умовний екстремум функціонала. Задача з рухомими кінцями. Канонічний вигляд рівняння Ейлера–Лагранжа. Канонічні змінні. Випадок не гладких екстремалей. Умови Вейерштрасса–Ердмана.

Змістовий модуль 2. Дослідження на екстремум функціоналів

Тема 1. Достатні умови екстремуму функціонала

Друга варіація функціонала. Умови Лежандра та Якобі. Достатні умови слабкого та сильного екстремуму.

Модульний контроль за темами змістовних модулів 1 та 2

Модуль 2. Задачі оптимального керування

Змістовий модуль 3. Задачі оптимального програмного керування

Тема 1. Основні поняття та постановка задач оптимального керування

Математична модель об'єкта керування. Допустимі керування і додаткові умови. Критерій оптимальності. Постановка задач оптимального керування

Тема 2. Методи класичного варіаційного числення в задачах оптимального керування

Варіація функціонала для задачі Майєра. Функція Гамільтона. Побудова розв'язку задачі Майєра з фіксованим часом і вільним правим кінцем траєкторії. Задачі Больца і Лагранжа з фіксованим часом і вільним правим кінцем траєкторії. Задача Майєра з довільним часом і без обмежень на правий кінець траєкторії. Задача Майєра з обмеженнями загального вигляду. Приклади застосування варіаційних методів у задачах оптимального керування.

Тема 3. Принцип максимуму Понтрягіна

Обговорення принципу максимуму. Задача Майєра з фіксованим часом і вільним правим кінцем траєкторії. Приклади застосування принципу максимуму. Задача на швидкодію. Задача синтезу. Проблема синтезу оптимальних керувань. Дискретний принцип максимуму.

Змістовий модуль 4. Метод динамічного програмування

Тема 1. Задачі оптимального керування з повним оберненим зв'язком

Метод динамічного програмування. Алгоритм методу динамічного програмування для задач з вільним правим кінцем траєкторії. Задачі з обмеженнями на правий кінець траєкторії. Зв'язок методу динамічного програмування з принципом максимуму Понтрягіна. Приклади застосування методу динамічного програмування.

Модульний контроль за темами змістовних модулів 3 та 4

1. Структура навчальної дисципліни

Назви змістовних модулів і тем	Кількість годин				
	Усього	У тому числі			
		л	п	лаб.	с. р.
1	2	3	4	5	6
Модуль 1					
Змістовний модуль 1. Найпростіша задача варіаційного числення. Необхідні умови екстремуму функціонала.					
Тема 1. Варіація функціонала. Необхідні умови екстремуму	12	4	4		4
Тема 2. Деякі узагальнення найпростішої задачі	20	6	6		8
Разом за змістовним модулем 1	32	10	10		12
Змістовний модуль 2. Дослідження на екстремум функціоналів					
Тема 1. Достатні умови екстремуму функціонала	16	4	4		8
Модульний контроль за темами змістовних модулів 1 та 2	2		2		
Разом за змістовним модулем 2	18	4	6		8
Усього годин	50	14	16		20
Модуль 2					
Змістовний модуль 3. Задачі оптимального програмного керування					
Тема 1. Основні поняття та постановка задач оптимального керування	10	4			6
Тема 2. Методи класичного варіаційного числення в задачах оптимального керування	18	4	6		8
Тема 3. Принцип максимуму Понтрягіна	14	4	4		6
Разом за змістовним модулем 3	42	12	10		20
Змістовний модуль 4. Метод динамічного програмування					
Тема 1. Задачі оптимального керування з повним оберненим зв'язком	16	6	4		6

1	2	3	4	5	6
Модульний контроль за темами змістовних модулів 3 та 4	2		2		
Разом за змістовним модулем 4	18	6	6		6
Усього годин	60	18	16		26
Індивідуальне завдання	10	-	-	-	10
Семестровий контроль: іспит (проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску)					
Усього годин з дисципліни	120	32	32	-	56

5. Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		
2		
	Разом	

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1-2	Варіація функціонала. Необхідні умови екстремуму	4
3-5	Деякі узагальнення найпростішої задачі	6
6-7	Достатні умови екстремуму функціонала	4
8	Модульний контроль	2
9-11	Методи класичного варіаційного числення в задачах оптимального керування	6
12-13	Принцип максимуму Понтрягіна	4
14-15	Задачі оптимального керування з повним оберненим зв'язком	4
16	Модульний контроль	2
	Разом	32

7. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		
2		
	Разом	

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Варіація функціонала. Необхідні умови екстремуму	4
2	Деякі узагальнення найпростішої задачі	8
3	Достатні умови екстремуму функціонала	8
4	Основні поняття та постановка задач оптимального керування	6
5	Методи класичного варіаційного числення в задачах оптимального керування	8
6	Принцип максимуму Понтрягіна	6
7	Задачі оптимального керування з повним оберненим зв'язком	6
8	Індивідуальне завдання. Виконання розрахункової роботи «Дослідження на екстремум функціоналів та розв'язання задач оптимального керування»	10
	Разом	56

9. Індивідуальні завдання

Виконання розрахункової роботи «Дослідження на екстремум функціоналів та розв'язання задач оптимального керування».

10. Методи навчання

Проведення аудиторних лекцій, практичних занять, індивідуальні консультації (при необхідності), самостійна робота студентів за матеріалами, опублікованими кафедрою (методичні посібники), проведення олімпіад.

11. Методи контролю

Проведення поточного контролю у вигляді тестів, усної здачі індивідуальних робіт, письмового модульного контролю, фінальний контроль у вигляді семестрового контролю: іспит (проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску).

12. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

12.1. Розподіл балів, які отримують студенти (кількісні критерії оцінювання)

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовні модулі 1 та 2			
Робота на лекціях	0...0,5	7	3,5
Робота на практичних	0...2	7	0...14

заняттях			
Самостійна робота	0...1	7	0...7
Модульний контроль	0...25	1	0...25
Змістовні модулі 3 та 4			
Робота на лекціях	0...0,5	9	4,5
Робота на практичних заняттях	0...2	7	0...14
Самостійна робота	0...1	7	0...7
Модульний контроль	0...25	1	0...25
Виконання та захист розрахункової роботи	0...20	1	0...20
Всього за семестр (*)			0...120

(*) Якщо кількість модульних балів у студента перевищує 100, то в якості підсумкової оцінки виставляється 100 балів.

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту складається з двох теоретичних та двох практичних завдань. За кожне теоретичне питання та практичне завдання студент може отримати до 25 балів. Максимальна сума всіх балів – 100.

12.2. Якісні критерії оцінювання

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки:

знати:

- основні задачі варіаційного числення;
- означення варіації функціоналу, необхідні та достатні умови екстремуму функціоналів;
- канонічні рівняння;
- основні задачі оптимального керування;
- принцип максимуму Понтрягіна;
- методи динамічного програмування.

Необхідний обсяг умінь для одержання позитивної оцінки:

уміти:

- записувати необхідні та достатні умови екстремуму основних задач варіаційного числення, знаходити екстремуми;
- класифікувати системи керування за виглядом їх математичної моделі;
- застосовувати класичні варіаційні методи, принцип максимуму, методи динамічного програмування для розв'язання задач аналізу і синтезу лінійних неперервних систем керування.

12.3 Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру

Задовільно (60-74). Показати мінімум знань та умінь. Захистити всі індивідуальні завдання. Знаходити екстремалі функціоналів. Застосовувати методи класичного варіаційного числення в задачах оптимального програмного керування. Відповіді студента розкривають суть питань без достатньої повноти і обґрунтування, або у відповідях є неправильне тлумачення окремих понять та неточність у формулюванні відповідних термінів.

Добре (75-89). Твердо знати матеріал, захистити всі індивідуальні завдання. Знаходити екстремуми функціоналів. Застосовувати методи класичного варіаційного числення та принцип максимуму Понтрягіна в задачах оптимального керування. Вміти розв'язувати рівняння Беллмана. У відповідях студента можуть допускатися окремі помилки непринципового характеру, які не впливають на розкриття суті теоретичних питань. Завдання в цілому виконуються без помилок, але в обґрунтуванні розв'язання є певні недоліки.

Відмінно (90-100). Здати всі контрольні точки з оцінкою «відмінно». Досконально знати всі теми та уміти застосовувати їх.

Курсову роботу не передбачено в навчальним планом.

Протягом семестру студент отримує бали за накопичувальною системою згідно з таблицею наведеною в п. 12.1. Дано деякі пояснення до таблиці.

Робота на лекції – активна форма засвоєння матеріалу курсу: 0,5 бала ставиться за продумані питання, які студент задає лектору, участь в обговоренні предмета лекції, відповіді на питання, які по ходу лекції задає викладач. Активність студента може заохочуватися додатковими коефіцієнтами, які множаться на 0,5 бала.

Робота на практичному занятті оцінюється так: 2 бали за самостійно розв'язану задачу або за обґрунтовану відповідь на теоретичне питання з доведенням основних положень; 1 бал за розв'язану задачу за допомогою викладача.

Самостійна робота – 1 бал ставиться студенту за виконання домашнього завдання разом з його захистом.

Індивідуальне завдання включає виконання та захист розрахункової роботи за темами, зазначеними в назві роботи.

Модульний контроль проводиться на 8 і 16 тижнях на практичних заняттях.

Шкала оцінювання: бальна і традиційна

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

13. Методичне забезпечення

Підручники, навчальні посібники, які видані в Університеті.:

1. Андрусенко О.М., Ванін В.А., Головченко О.В., Кошовий А.Г. Теорія керування. Навч. посібник. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2007.
2. Брисіна І.В., Головченко О.В., Ніколаєв О.Г. та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 4. Варіаційне числення. Рівняння математичної фізики. Випадкові процеси. Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
3. Головченко О.В., Курпа Л.І., Ніколаєв О.Г., Ванін В.А. Варіаційні методи. Навч. посібник. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2008.

Електронний ресурс, на якому розміщено навчально-методичний комплекс дисципліни: <https://library.khai.edu> . **Комплекс включає в себе такі обов’язкові складові:**

- робоча програма дисципліни;
- конспект лекцій, підручники (навчальні посібники), в тому числі в електронному вигляді, які за змістом повністю відповідають робочій програмі дисципліни;
- методичні вказівки та рекомендації для виконання розрахункових та практичних робіт, а також рекомендації для самостійної підготовки;
- тематики індивідуальних завдань;
- приклади розв’язування типових задач чи виконання типових завдань;
- питання для контрольних заходів;

14. Рекомендована література

Базова

1. Андрусенко О.М., Ванін В.А., Головченко О.В., Кошовий А.Г. Теорія керування. Навч. посібник. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2007.
2. Брисіна І.В., Головченко О.В., Ніколаєв О.Г. та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 4. Варіаційне числення. Рівняння математичної фізики. Випадкові процеси. Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
3. Головченко О.В., Курпа Л.І., Ніколаєв О.Г., Ванін В.А. Варіаційні методи. Навч. посібник. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2008.
4. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія керування. – К. Либідь, 2007.

Допоміжна

1. Беллман Р. Динамическое программирование. – М.: Наука, 1960.
2. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. – М.: Наука, 1966.
3. Брайсон А., Хо Ю-ши. Прикладная теория оптимального управления. Оптимизация, оценка и управление. – М.: Мир, 1972.
4. Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркин Г.Н. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: МГТУ им. Баумана, 2006.
5. Згуровский М.З. Современная теория управления. – К.: УМКВО, 1989.
6. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Физматгиз, 1961.
7. Пантелеев А.В., Бортакoвский А.С. Теория управления в примерах и задачах. – М.: Высш. шк., 2003.
8. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1965.

15. Інформаційні ресурси

Сайт бібліотеки Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»
<https://library.khai.edu>