

Міністерство освіти і науки України
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
“Харківський авіаційний інститут”

Кафедра «Вищої математики та системного аналізу» № 405
(назва кафедри)

ЗАТВЕРДЖУЮ
Гарант освітньої програми



(підпис)

А.І. Трунова

(ініціали та прізвище)

«29» серпня 2022 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА ОБОВ'ЯЗКОВОЇ
НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ВИЩА МАТЕМАТИКА**
(назва навчальної дисципліни)

Галузь знань: 16 "Хімічна та біоінженерія"
(шифр і найменування галузі знань)

Спеціальність: 163 "Біомедична інженерія"
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма: Біомедична інженерія
(найменування освітньої програми)

Форма навчання: денна

Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)


Харків 2022 рік

Робоча програма «Вища математика»

для студентів за спеціальністю: 163 «Біомедична інженерія»,
освітня програма Біомедична інженерія

«29» серпня 2022 р., 19 с.

Розробник: Ніколаєв О.Г., завідувач каф. 405, д.ф.-м.н., проф.



(підпис)

Робочу програму розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та системного аналізу

Протокол № 10 від «25» червня 2022 р.

Завідувач кафедри д.ф.-м.н., професор



(підпис)

О.Г. Ніколаєв
(прізвище та ініціали)

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни Денна форма навчання		
Кількість кредитів – 15	Галузь знань 16 «Хімічна та біоінженерія» <small>(шифр та найменування)</small> Спеціальність 163 «Біомедична інженерія» <small>(код та найменування)</small> Освітня програма Біомедична інженерія <small>(найменування)</small> Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)	Цикл професійної підготовки		
Кількість модулів – 6		Навчальний рік		
Кількість змістових модулів – 9		2022/2023	2023/2024	
Індивідуальне завдання: <u>Розрахунок роботи</u> <small>(назва)</small>		Семестр		
Загальна кількість годин – 240/450		1	2	3
Кількість семестрових годин для денної форми навчання		Лекції*		
Семестр 1		40 год.	40 год.	40 год.
аудиторних- 80 год.		Практичні*		
самоств. роботи -70 год.		40 год.	40 год.	40 год.
Семестр 2		Лабораторні		
аудиторних – 80 год.		-	-	-
самоств. роботи – 70 год.		Самостійна робота		
Семестр 3		70 год.	70 год.	70 год.
аудиторних – 80 год.		Індивідуальна робота		
самоств. роботи - 80 год.		Вид контролю		
Кількість тижневих годин для денної форми навчання:	Модульний контроль, іспит			
Семестр 1				
аудиторних- 5 год.				
самоств. роботи -4,375 год.				
Семестр 2				
аудиторних - 5 год.				
самоств. роботи -4,375 год.				
Семестр 3				
аудиторних - 5 год.				
самоств. роботи – 4,375год.				

Примітка

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить:

для денної форми навчання – 240/210.

* Аудиторне навантаження може бути збільшене, або зменшене на одну годину в залежності від

розкладу занять.

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета вивчення: отримати фундаментальні знання з вищої математики, які дозволять студентам розв'язувати важливі практичні та теоретичні задачі з різних напрямів біомедичної інженерії.

Завдання: закласти основи фундаментальної фахової підготовки з вищої математики навчити застосовувати набуті знання для вирішення практичних задач, які виникнуть при засвоєнні спеціальних дисциплін, й подальшій професійній діяльності галузі біомедичної інженерії.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких **компетентностей**:

- Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі і проблеми під час професійної діяльності у галузі біоінженерії, або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій і методів (ІК).
- Здатність застосовувати знання з вищої математики у практичних ситуаціях (ЗК1).
- Здатність проведення досліджень з застосуванням математичних знань на відповідному рівні (ЗК5).
- Здатність генерувати нові ідеї (креативність) (ЗК7).
- Здатність кількісно оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт (ЗК11).
- Здатність застосовувати пакети математичного програмного забезпечення для проведення досліджень, аналізу, обробки та представлення результатів, а також для автоматизованого проектування медичних приладів та систем (ФК1).
- Здатність вивчати та застосовувати нові методи та інструменти аналізу, моделювання, проектування та оптимізації медичних приладів і систем (ФК3).
- Здатність застосовувати математичні методи для аналізу, моделювання функцій живих організмів (ФК5).

Програмні результати навчання (ПРН) відповідно до освітньої програми:

- Застосовувати знання основ математики на рівні, для вирішення задач біомедичної інженерії (ПРН 1).
- Формулювати з позицій математики логічні висновки та обґрунтовані рекомендації щодо оцінки, експлуатації та впровадження біотехнічних, медико-технічних та біоінженерних засобів і методів (ПРН 2).
- Вміти використовувати бази даних, математичне і програмне забезпечення для обробки даних та комп'ютерного моделювання біотехнічних систем (ПРН 5).

Міждисциплінарні зв'язки: вивчення дисципліни «Вища математика» базується на математичній підготовці за програмами середньої освіти.

Для подальшого вивчення дисциплін: «Фізика», «Біофізика та біомеханіка», «Основи електроніки та схемотехніки», «Моделювання в біології та медицині» та інших дисциплін професійної підготовки.

3. Програма навчальної дисципліни

Модуль 1

Змістовий модуль 1. Векторна алгебра та аналітична геометрія

Тема 1. Векторна алгебра і елементи теорії визначників

Визначники 2-го, 3-го, n -го порядку, властивості, обчислення. Алгебраїчні доповнення і мінори. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Правило Крамера розв'язання СЛАР. Вектори. Лінійні операції над векторами. Лінійно-залежні та лінійно-незалежні системи векторів. Колінеарні та компланарні вектори. Базис, розкладання вектора за базисом. Проекція вектора та його координати. Декартові прямокутні координати на площині і в просторі. Лінійні операції над векторами в координатній формі. Скалярний добуток векторів, його властивості. Довжина вектора, кут між векторами, умови перпендикулярності і паралельності векторів, які задані у координатній формі. Векторний добуток векторів, його властивості, обчислення в координатній формі, геометричний зміст. Мішаний добуток векторів, властивості, обчислення, геометричний зміст, застосування. Подвійний векторний добуток.

Тема 2. Рівняння прямої і площини

Площина. Рівняння площини: у векторній формі, проведеної через точку з даним вектором нормалі. Загальне рівняння площини. Кут між площинами, умови паралельності і перпендикулярності площин. Відстань між площинами. Пряма у просторі, напрямний вектор прямої, рівняння прямої: у векторній формі, в параметричному вигляді, у канонічному вигляді, як пари площин. Відстань між прямими. Основні задачі на пряму лінію і площину.

Змістовий модуль 2. Матричне числення

Тема 3. Матриці і системи лінійних алгебраїчних рівнянь

Матриці. Дії з матрицями. Ранг матриці, його обчислення. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Метод Гаусса розв'язання СЛАР. Обернена матриця. Матричний метод розв'язання системи лінійних рівнянь. Ранг матриці, його обчислення. Дослідження розв'язності системи лінійних рівнянь, теорема Кронекера-Капеллі. Однорідні СЛАР. Фундаментальна система розв'язків. Структури розв'язків однорідної та неоднорідної СЛАР.

Тема 4. Лінійні векторні простори. Лінійні оператори та їх матриці

Елементи теорії лінійних просторів. Приклади лінійних просторів. Базиси та вимірність лінійних просторів. Евклідів простір. Нерівності Коші-Буняковського та Мінковського. Ортонормовані системи векторів. Метод ортогоналізації. Лінійний оператор, приклади. Матриця лінійного оператора у заданому базисі. Матриця переходу при заміні базису. Власні числа і власні вектори лінійних операторів. Ортогональний оператор та матриця. Симетрична матриця та оператор.

Тема 5. Квадратичні форми. Рівняння поверхонь і ліній другого порядку

Криві на площині. Канонічна форма запису рівнянь еліпса, гіперболи та параболи. Дослідження геометричних властивостей еліпса, гіперболи та параболи. Квадратична форма. Матриця квадратичної форми. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Загальне рівняння кривих другого порядку. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду. Поверхні другого порядку. Канонічні форми запису рівнянь основних поверхонь, дослідження форми поверхні методом перерізу. Зведення до канонічного вигляду загального рівняння поверхні другого порядку.

Модуль 2

Змістовий модуль 3. Теорія границь

Тема 1. Теорія границь послідовностей.

Множина дійсних чисел. Числові послідовності. Границя послідовності. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості. Основні властивості послідовностей, які мають границю. Існування границі монотонної послідовності. Число e .

Тема 2. Теорія границь функцій. Неперервні функції

Границя функції в точці. Границя функції в нескінченності. Арифметичні властивості границь. Нескінченно малі функції та їх властивості. Нескінченно великі функції. Деякі важливі границі. Порівняння нескінченно малих функцій. Еквівалентні нескінченно малі. Застосування нескінченно малих для обчислення границь. Неперервні функції. Властивості неперервних у точці функцій: неперервність суми, добутку та частки; границя та неперервність складеної функції. Односторонні границі функцій у точці. Точки розриву функції та їх класифікація. Неперервність функції на відрізку; обмеженість, існування найбільшого та найменшого значення.

Змістовий модуль 4. Диференціальне числення функції однієї незалежної змінної.

Тема 3. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної

Похідна функції. Геометричне тлумачення похідної. Похідна оберненої функції, функцій заданих параметрично. Похідні обернених тригонометричних функцій, гіперболічних функцій. Диференційованість функцій. Неперервність диференційованої функції. Диференціал. Геометричне тлумачення диференціала. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбниція. Теорема Ролля, Коші, Лагранжа. Наслідки. Правила Лопітала-Бернуллі. Розкриття невизначеностей за правилами Лопітала-Бернуллі. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа. Зображення функцій $\exp(x)$, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^{\alpha}$ за допомогою формули Тейлора. Застосування диференціального числення до дослідження функцій та побудови графіків. Зростання та спадання функцій. Екстремум. Необхідні та достатні умови екстремуму. Дослідження функцій на опуклість та вгнутість. Точки перегину. Асимптоти кривих. Дослідження функцій та побудова графіків функцій. Приклади. Найменше та найбільше значення функції на відрізку. Полярна система координат, зв'язок з декартовою, графіки функцій у полярній системі.

Модуль 3

Змістовий модуль 5. Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних

Тема 1. Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних

Основні означення. Диференційованість функції кількох змінних. Похідні від складених функцій. Повний диференціал. Похідні від неявних функцій. Похідна за напрямком, градієнт. Частинні похідні вищих порядків. Незалежність результату диференціювання від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Екстремуми функцій багатьох змінних. Необхідні умови екстремуму. Достатні умови екстремуму. Умовний екстремум. Метод невизначених множників Лагранжа.

Модуль 4

Змістовий модуль 6. Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної

Тема 1. Невизначений інтеграл

Первісна. Невизначений інтеграл, його властивості. Таблиця інтегралів. Найпростіші методи інтегрування. Заміна змінної у невизначеному інтегралі. Інтегрування частинами. Інтегрування простих дробів. Інтегрування лінійних та дробово-лінійних ірраціональностей. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування квадратичних ірраціональностей.

Тема 2. Визначений інтеграл

Визначений інтеграл як границя інтегральних сум. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє значення. Похідна від інтеграла зі змінною верхньою границею. Формула Ньютона-Лейбниція. Інтегрування частинами та заміна змінної у визначеному інтегралі. Застосування визначених інтегралів до обчислення площ плоских фігур у декартових координатах, у полярних координатах, та у випадку функцій, які задані параметрично. Диференціал довжини дуги кривої. Обчислення довжини дуги кривої, площі поверхні

обертання, об'єму тіла обертання. Загальна схема застосування визначеного інтеграла. Центри мас лінії та плоскої фігури. Приклади з фізики та механіки.

Тема 3. Невласні інтеграли

Невласні інтеграли з нескінченними границями інтегрування. Означення. Теорема порівняння. Абсолютна збіжність. Інтеграл від необмежених функцій.

Тема 4. Криволінійні інтеграли

Криволінійні інтеграли другого роду, обчислення, застосування. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Відновлення функції за повним диференціалом. Фізичне застосування криволінійних інтегралів.

Модуль 5

Змістовий модуль 7. Диференціальні рівняння та їх системи

Тема 1. Звичайні диференціальні рівняння та їх системи

Фізичні задачі, які приводять до диференціальних рівнянь. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь. Задача Коші. Огляд методів розв'язання диференціальних рівнянь першого порядку: з відокремлюваними змінними, однорідні рівняння, лінійні рівняння, рівняння Бернуллі, рівняння у повних диференціалах, рівняння Клеро. Диференціальні рівняння вищих порядків. Крайові задачі для диференціальних рівнянь. Рівняння, які припускають пониження порядку. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами, фундаментальна система розв'язків. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Структура загального розв'язку. Метод Лагранжа варіації довільних сталих. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Задача Коші. Матричний метод розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Елементи теорії стійкості. Стійкість за Ляпуновим. Асимптотична стійкість. Дослідження на стійкість лінійних систем. Дослідження на стійкість за першим наближенням.

Модуль 6

Змістовий модуль 8. Кратні інтеграли. Елементи теорії векторного поля

Тема 1. Кратні інтеграли

Подвійні інтеграли, їх властивості. Обчислення подвійних інтегралів. Заміна змінних у подвійних інтегралах, подвійний інтеграл у полярних координатах. Геометричні та механічні застосування. Формула Гріна. Потрійні інтеграли. Заміна змінних у потрійних інтегралах. Потрійний інтеграл у циліндричних та сферичних координатах. Геометричні та механічні застосування. Площа криволінійної поверхні. Поверхневі інтеграли. Формули Остроградського-Гаусса та Стокса.

Тема 2. Елементи теорії векторного поля

Векторні лінії поля, їх диференціальні рівняння. Течія векторного поля через відкрити та замкнену поверхні, її обчислення. Дивергенція векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Остроградського-Гаусса. Циркуляція векторного поля, обчислення. Ротор векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Стокса. Оператор «набла», властивості, дії з оператором. Векторні диференціальні операції другого порядку. Основні типи векторних полів: соленоїдальне, потенціальне, гармонічне, їх характеристики. Основна теорема векторного аналізу.

Змістовий модуль 9. Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є. Перетворення Фур'є

Тема 1. Числові і функціональні ряди

Числові ряди. Збіжність та сума ряду. Геометрична прогресія. Необхідна умова збіжності ряду Ряди з додатними членами. Теорема порівняння. Ознаки збіжності Даламбера та Коші. Інтегральна ознака збіжності ряду. Оцінка залишку ряду за допомогою інтегральної

ознаки. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність рядів. Ряди, члени яких чергуються знаками. Ознака Лейбница, оцінка залишку ряду. Функціональні ряди, область збіжності. Теореми про рівномірно збіжні ряди. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Інтервал і радіус збіжності. Неперервність суми степеневих рядів. Почленне інтегрування та диференціювання степеневих рядів. Ряд Тейлора. Розкладання в ряд функцій: $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\exp(\pm x)$, $\ln(1+x)$. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

Тема 2. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є

Ортогональні системи функцій. Приклади. Ряд Фур'є по тригонометричній системі функцій. Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є функцій, заданих на інтервалі $(-1, 1)$. Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є парних та непарних функцій. Теорема Діріхле. Комплексна форма запису ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є. Синус та косинус перетворення Фур'є.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістовних модулів і тем	Кількість годин				
	Усього	У тому числі			
		л	п	лаб.	с. р.
1	2	3	4	5	6
СЕМЕСТР 1					
Модуль 1					
Змістовий модуль 1. Векторна алгебра та аналітична геометрія					
Тема 1. Векторна алгебра і елементи теорії визначників	18	6	6	–	6
Тема 2. Рівняння прямої і площини	14	4	4	–	6
Разом за змістовим модулем 1	32	10	10	–	12
Змістовий модуль 2. Матричне числення					
Тема 3. Матриці і системи лінійних алгебраїчних рівнянь	16	4	6	–	6
Тема 4. Лінійні векторні простори. Лінійні оператори та їх матриці. Власні вектори і власні числа.	16	4	4	–	8
Тема 5. Рівняння поверхонь і ліній другого порядку	14	4	4	–	6
Модульний контроль	2	2			
Разом за змістовим модулем 2	48	14	14	–	20
Модуль 2					
Змістовий модуль 3. Теорія границь					
Тема 1. Теорія границь послідовностей	8	2	2	–	4
Тема 2. Теорія границь функцій. Неперервні функції	12	4	4	–	4
Разом за змістовим модулем 3	20	6	6	–	8
Змістовий модуль 4. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної					
Тема 3. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної	38	8	10	–	20
Модульний контроль	2	2	-	-	
Виконання та захист РР	10	-	-	-	10
Разом за змістовим модулем 4	50	10	10	–	30
Разом годин за 1 семестр	150	40	40	–	70

СЕМЕСТР 2					
Модуль 3					
Змістовий модуль 5. Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних					
Тема 1. Диференціальне числення функцій кількох незалежних змінних	24	8	8	–	8
Разом за змістовим модулем 5	24	8	8	–	8
Модуль 4					
Змістовий модуль 6. Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної					
Тема 1. Невизначений інтеграл	24	8	8	–	8
Тема 2. Визначений інтеграл	16	4	4	–	8
Тема 3. Невласні інтеграли	10	2	3	–	5
Тема 4. Криволінійні інтеграли	10	2	3	–	5
Модульний контроль	2	2	–	–	–
Разом за змістовним модулем 6	62	18	18	–	26
Модуль 5					
Змістовий модуль 7. Диференціальні рівняння та їх системи					
Тема 1. Звичайні диференціальні рівняння та їх системи	52	12	14		26
Модульний контроль	2	2	–	–	–
Виконання та захист РР	10	-	-	-	10
Разом за змістовним модулем 7	64	14	14		36
Разом годин за 2 семестр	150	40	40	–	70
СЕМЕСТР 3					
Модуль 6					
Змістовий модуль 8. Кратні інтеграли. Елементи теорії векторного поля					
Тема 1. Кратні інтеграли	31	8	8		15
Тема 2. Елементи теорії векторного поля	29	6	8		15
Модульний контроль	2	2	–	–	–
Разом за змістовним модулем 8	62	16	16	–	30
Змістовий модуль 9. Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є. Перетворення Фур'є					
Тема 1. Числові і функціональні ряди	37	10	12		15
Тема 2. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є	39	12	12		15
Модульний контроль	2	2	–	–	–
Виконання та захист РР	10	-	-	-	10
Разом за змістовними модулем 9	88	24	24	–	40
Разом годин за 3 семестр	150	40	40	–	70
Усього годин з дисципліни	450	120	120	-	210

5. Теми семінарських занять

Не передбачено навчальним планом.

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кільк. год.
1	2	3
1 семестр		
1	Визначники другого і третього порядків. Перетворення визначників	2
2	Лінійні операції над векторами. Базис, розкладання по базису. Лінійні операції в координатній формі. Скалярний і векторний добуток векторів. Геометричні застосування	2
3	Мішаний добуток векторів. Геометричні застосування	2
4	Площина і пряма у просторі. Взаємне розташування площин та прямих. Задачі на рівняння прямої.	2
5	Площина і пряма у просторі. Взаємне розташування площин та прямих. Задачі на рівняння прямої і площини.	2
6	Матриці. Дії над матрицями	2
7	Обернена матриця. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь	2
8	Ранг матриці. Метод Гауса.	2
9	Лінійні векторні простори. Лінійні оператори та їх матриці	2
10	Власні вектори і власні числа матриць.	
11	Зведення рівнянь кривих другого порядку до канонічної форми.	2
12	Зведення рівнянь поверхонь другого порядку до канонічної форми.	2
13	Границя послідовності. Обчислення границь послідовностей	2
14	Границі функцій. Обчислення границь	2
15	Відомі границі і їх застосування	2
16	Неперервність функції. Точки розриву функції та їх класифікація	2
17	Техніка диференціювання. Правило Лопітала-Бернуллі	2
18	Екстремум функції. Дослідження функцій на опуклість. Точки перегину. Асимптоти.	2
19	Побудова графіків функцій у декартовій системі координат	2
20	Побудова графіків функцій у декартовій системі координат (продовження). Полярна система координат і елементи побудови графіків у полярній системі координат.	2
СЕМЕСТР 2		
21	Границя функції кількох змінних. Частинні похідні. Градієнт. Похідна за напрямком	2
22	Диференціал функції кількох змінних. Ряд Тейлора	2
23	Екстремум функції кількох змінних.	2
24	Умовний екстремум функції.	2
25	Елементарні методи інтегрування. Інтегрування частинами	2
26	Заміна змінних в інтегралі. Інтегрування простих дробів.	4
27	Інтегрування тригонометричних функцій	
28	Інтегрування ірраціональностей	2
29	Геометричне і механічне застосування визначених інтегралів: обчислення площ плоских фігур, довжини дуг, об'ємів тіл.	2
30	Геометричне і механічне застосування визначених інтегралів: обчислення площ поверхонь обертання, статичних моментів	2
31	Невласні інтеграли	2
32	Криволінійні інтеграли 1-го роду	2
33	Криволінійні інтеграли 2-го роду	2

1	2	3
34	Диференціальні рівняння першого порядку	2
35	Диференціальні рівняння другого порядку	2
36	Диференціальні рівняння вищих порядків	2
37	Однорідні лінійні рівняння з і сталими коефіцієнтами.	2
38	Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами.	2
39	Метод варіації довільних сталих, рівняння зі спеціальною правою частиною	2
40	Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами	2
СЕМЕСТР 3		
41	Подвійні інтеграли, обчислення. Полярна система координат	2
42	Подвійні інтеграли, обчислення в полярній системі координат	2
43	Обчислення потрійних інтегралів.	2
44	Подвійні та потрійні інтеграли у криволінійних системах координат	2
45	Площа криволінійної поверхні. Поверхневі інтеграли	2
46	Течія векторного поля через відкриту та замкнену поверхні. Дивергенція поля, її обчислення.	2
47	Формула Остроградського-Гаусса.	2
48	Ротор векторного поля, обчислення. Циркуляція.	2
49	Формула Стокса. Оператор "набла", дії з оператором	2
50	Числові ряди з додатними членами. Ознаки збіжності	2
51	Ряди, члени яких чергуються знаками. Ознака Лейбниці, оцінка залишку ряду.	2
52	Абсолютна та умовна збіжність рядів	2
53	Функціональні ряди, область збіжності. Ознака Вейєрштрасса. Степеневі ряди. Радіус збіжності і інтервал збіжності	2
54	Застосування ступеневих рядів для інтегрування визначених інтегралів та розв'язання диференціальних рівнянь	2
55	Ряд Фур'є. Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є функцій, заданих на інтервалі $(-\pi, \pi)$.	2
56	Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є функцій, заданих на інтервалі $(-1, 1)$	2
57	Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є парних функцій.	2
58	Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є непарних функцій.	2
59	Застосування перетворення Фур'є.	2
60	Синус- та косинус- перетворення.	2
	Разом	120

7. Теми лабораторних занять

Не передбачено навчальним планом.

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кільк. годин
1	2	3
1.	Основні властивості визначників вищих порядків. Розв'язок систем лінійних рівнянь методом Крамера. Колінеарні та компланарні вектори. Базис, розкладання вектора за базисом. Подвійний векторний добуток [1]. (Тема 1)	6

2.	Пряма на площині. Основні задачі на пряму лінію і площину [1]. (Тема 2)	6
3.	Метод Гаусса розв'язання СЛАР. Матричний метод розв'язання системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Структури розв'язків одорідної та неоднорідної СЛАР [1]. (Тема 3)	6
4.	Евклідов простір. Нерівності Коші-Буняковського та Мінковського. Ортонормовані системи векторів Метод ортогоналізації. Лінійний оператор, приклади. Матриця лінійного оператора у заданому базисі. Матриця переходу при заміні базису. Ортогональний оператор та матриця. Симетрична матриця та оператор [1]. (Тема 4)	8
5.	Дослідження геометричних властивостей еліпса, гіперболи та параболи. Поверхні другого порядку. Канонічні форми запису рівнянь основних поверхонь, дослідження форми поверхні методом перерізу. Зведення до канонічного вигляду загального рівняння поверхні другого порядку [1]. (Тема 5)	6
6.	Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості. Основні властивості послідовностей, які мають границю. Існування границі монотонної послідовності [2]. (Тема 6)	4
7.	Неперервні функції. Властивості неперервних у точці функцій: неперервність суми, добутку та частки; границя та неперервність складеної функції. Односторонні границі функцій у точці. Неперервність функції на відрізку; обмеженість, існування найбільшого та найменшого значення [2]. (Тема 7)	4
8. 9.	Похідна функції. Таблиця похідних. Диференційованість функцій. Неперервність диференційованої функції. Диференціал. Геометричне тлумачення диференціала. Теорема Ролля, Коші, Лагранжа. Наслідки. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа. Зображення функцій $e^x(x)$, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^{\alpha}$ за допомогою формули Тейлора. Найменше та найбільше значення функції на відрізку. [2]. (Тема 8)	20 8
10.	Границя функції кількох змінних. Диференційованість функції кількох змінних. Неперервність. Частинні похідні вищих порядків. Незалежність результату диференціювання від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Умовний екстремум [2, заняття 14-17; 7; 13].	8
11.	Інтегрування квадратичних ірраціональностей. Визначений інтеграл як границя інтегральних сум. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє значення. Похідна від інтеграла зі змінною верхньою границею. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площі поверхні обертання та об'єму тіла. Невласні інтеграли від необмежених функцій [3, заняття 1-10; 8; 13]. Криволінійні інтеграли. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Відновлення функції за повним диференціалом [4, заняття 5-6; 8,13].	8
12. 13. 14.	Рівняння нерозв'язані відносно похідної. Рівняння Клеро і Лагранжа. Обвідна однопараметричної сім'ї кривих. Лінійно-залежні та лінійно-незалежні системи функцій. Властивості визначника Вронського. Матричний метод розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Випадок кратних коренів характеристичного рівняння. Свійкість за Ляпуновим. Асимптотична свійкість. Дослідження на свійкість лінійних систем. Дослідження на свійкість за першим наближенням. Критерій свійкості Гурвіца [3, заняття 11-20;8;13].	5 5 26

15.	Подвійні інтеграли, їх властивості. Геометричні та механічні застосування. Потрійні інтеграли. Геометричні та механічні застосування. Поверхневі інтеграли. Формули Остроградського-Гаусса та Стокса [4, заняття 1-4, 6-7; 8;14].	15
16.	Векторні лінії поля, їх диференціальні рівняння. Дивергенція векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Остроградського-Гаусса. Циркуляція векторного поля, обчислення. Ротор векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Стокса. Основні типи векторних полів: соленоїдальне, потенціальне, гармонічне, їх характеристики. Основна теорема векторного аналізу[4, заняття 8-11; 8;14].	15
17.	Числові ряди. Оцінка залишку ряду за допомогою інтегральної ознаки. Ряди, члени яких чергуються знаками. Оцінка залишку ряду. Функціональні ряди. Теореми про рівномірно збіжні ряди. Степеневі ряди. Ряд Тейлора. Розкладання в ряд функцій: $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\exp(\pm x)$, $\ln(1 \pm x)$. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень [4, заняття 12-16; 9;14].	15
18.	Ортогональні системи функцій. Приклади. Комплексна форма запису ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є. [4, заняття 17-19; 9;14].	15
	Виконання розрахункових робіт (РР), 1-й семестр	10
	Виконання розрахункових робіт (РР), 1-й семестр	10
	Виконання розрахункових робіт (РР), 1-й семестр	10
	Разом	210

9. Індивідуальні завдання

Перший семестр. Виконання розрахункової роботи «Векторна та лінійна алгебра».

Другий семестр. Виконання розрахункової роботи «Диференціальне числення. Методи інтегрування».

Третій семестр. Виконання розрахункової роботи «Кратні інтеграли. Ряди».

10. Методи навчання

Студентоцентроване навчання. Навчання за допомогою пояснювально-ілюстративного матеріалу (лекція), практичного матеріалу (практичних занять, розрахункових робіт); робота з навчально-методичною літературою (самостійне опрацювання заданих розділів). Технологія змішаного та дистанційного навчання.

11. Методи контролю

Усне опитування, захист практичних робіт, модульний контроль, захист розрахункової роботи, підсумковий контроль, іспит.

12. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

12.1. Розподіл балів, які отримують студенти (кількісні критерії оцінювання)

СЕМЕСТР 1

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовний модуль 1			
Робота на лекціях	0...0,5	5	0...2,5
Робота на практичних заняттях	0...2	5	0...10
Змістовний модуль 2			
Робота на лекціях	0...0,5	6	0...3
Робота на практичних заняттях	0...2	7	0...14
Модульний контроль	0...20	1	0...20
Змістовний модуль 3			
Робота на лекціях	0...0,5	3	0...1,5
Робота на практичних заняттях	0...2	3	0...6
Змістовний модуль 4			
Робота на лекціях	0...0,5	4	0...2
Робота на практичних заняттях	0...2	5	0...10
Модульний контроль	0...20	1	0...20
Виконання та захист РР	0...11	1	0...11
Усього за семестр 1			0...100

СЕМЕСТР 2

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовний модуль 5			
Робота на лекціях	0...0,5	4	0...2
Робота на практичних заняттях	0...2	4	0...8
Змістовний модуль 6			
Робота на лекціях	0...0,5	8	0...4
Робота на практичних заняттях	0...2	9	0...18
Модульний контроль	0...20	1	0...20
Змістовний модуль 7			
Робота на лекціях	0...0,5	6	0...3
Робота на практичних заняттях	0...2	7	0...14
Модульний контроль	0...20	1	0...20
Виконання та захист розрахункової роботи	0...11	1	0...11
Усього за семестр 2			0...100

СЕМЕСТР 3

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовний модуль 8			
Робота на лекціях	0...0,5	7	0...3,5
Робота на практичних заняттях	0...2	8	0...16
Модульний контроль	0...20	1	0...20
Змістовний модуль 9			
Робота на лекціях	0...0,5	11	0...5,5
Робота на практичних заняттях	0...2	12	0...24
Модульний контроль	0...20	1	0...20
Виконання та захист розрахункової роботи	0...11	1	0...11
Усього за семестр 3			0...100

Рейтингова система оцінювання. Оцінювання навчальних досягнень студентів здійснюється за національною шкалою (відмінно, добре, задовільно, незадовільно; зараховано, незараховано); 100-бальною шкалою та шкалою ECTS (A, B, C, D, E, FX, F).

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту складається з двох теоретичних та трьох практичних завдань. За кожне теоретичне питання та практичне завдання студент може отримати до 20 балів. Максимальна сума всіх балів – 100.

12.2. Якісні критерії оцінювання

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки:

знати:

- векторну алгебру і аналітична геометрію;
- матричне числення і методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь;
- методи диференціального і інтегрального числення функцій однієї і кількох незалежних змінних;
- методи розв'язання диференціальних рівнянь;
- методи дослідження числових і функціональних рядів, рядів Фур'є;

Необхідний обсяг умінь для одержання позитивної оцінки:

уміти:

- застосовувати математичний апарат в навчальному процесі і науково-дослідницькій діяльності;
- визначати межу можливих застосувань математичних методів;
- досліджувати питання коректності постановки задач та існування розв'язків.

12.3. Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру

Задовільно (60-74). Показати мінімум знань та умінь. Захистити всі індивідуальні завдання. Знати таблицю еквівалентних н.м. функцій, першу та другу особливі границі, таблицю похідних. Уміти виконувати дії з матрицями та знаходити скалярний, векторний та

мішаний добуток векторів, які задані в координатній формі, обчислювати границі функції за допомогою еквівалентних н.м. функцій, диференціювати функції. Знаходити частинні похідні функції багатьох змінних. Знати таблицю невизначених інтегралів. Уміти обчислювати невизначений та визначений інтеграл, використовуючи різні методи інтегрування: безпосереднє, за допомогою підстановок та частинами. Проводити обчислення подвійних інтегралів у прямокутній системі координат. Знати закони розподілу неперервних та дискретних випадкових величин.

Добре (75-89). Твердо знати мінімум, захистити всі індивідуальні завдання. Уміти: знаходити матрицю, обернену даній та ранг матриці; розв'язувати системи алгебраїчних рівнянь; використати вектори для обчислювання кутів, проєкцій, площ трикутників та паралелограмів; обчислювати відстань між точками, від точки до площини та прямої, між площиною та прямою; володіти технікою знаходження границі функції; диференціювати функції. Розв'язувати задачі прикладного характеру за допомогою частинних похідних. Обчислювати невизначений та визначений інтеграл від різних класів функцій; застосовувати інтегральне числення при розв'язанні задач геометрії; обчислювати кратні інтегралі. Обчислювати ймовірності випадкових величин, будувати функції розподілу.

Відмінно (90-100). Здати всі контрольні точки з оцінкою «відмінно». Досконально знати всі теми та уміти застосовувати їх.

Курсову роботу не передбачено навчальним планом.

Протягом семестру студент отримує бали за накопичувальною системою згідно з таблицею наведеною в п. 12.1. Дано деякі пояснення до таблиці.

Робота на лекції – активна форма засвоєння матеріалу курсу: 0,5 балів ставиться за продумані питання, які студент задає лектору, участь в обговоренні предмета лекції, відповіді на питання, які по ходу лекції задає викладач. Активність студента може заохочуватися додатковими коефіцієнтами, які множаться на 0,5 балів.

Робота на практичному занятті оцінюється так: 2 бали за самостійно розв'язану задачу або за обґрунтовану відповідь на теоретичне питання з доведенням основних положень; 1 бал за розв'язану задачу за допомогою викладача.

Індивідуальне завдання включає виконання та захист розрахункової роботи за темами, означеними в назві роботи.

Модульний контроль проводиться на 8 і 16 тижнях на лекційних заняттях.

Шкала оцінювання: бальна і традиційна

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

13. Методичне забезпечення

Підручники, навчальні посібники, які видані в Університеті:

1. Робочий зошит з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Харків, ХАІ, 1997.
2. Робочий зошит. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних. Харків, ХАІ, 1997.
3. Робочий зошит. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Харків, ХАІ, 1998.

4. Робочий зошит. Кратні і криволінійні інтеграли. Теорія поля. Ряди. Теорія функцій комплексного змінного і елементи операційного числення. Харків, ХАІ, 2000.
5. Робочий зошит. Варіаційне числення. Диференціальні рівняння у частиних похідних. Теорія ймовірностей. Харків, ХАІ, 2003.
6. О.Г. Ніколаєв. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. - Харків, "Основа", 2000.
7. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
8. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння. Кратні та криволінійні інтеграли. Елементи теорії векторного поля.: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
9. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 3. Ряди. Інтеграл Фур’є. Функції комплексної змінної та операційне числення. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
10. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 4. Варіаційне числення. Рівняння математичної фізики. Випадкові процеси: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
11. О. Г. Ніколаєв. Алгебра і геометрія: підруч.– Харків : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2017.

14. Рекомендована література

Базова

1. Робочий зошит з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Харків, ХАІ, 1997.
2. Робочий зошит. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних. Харків, ХАІ, 1997.
3. Робочий зошит. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Харків, ХАІ, 1998.
4. Робочий зошит. Кратні і криволінійні інтеграли. Теорія поля. Ряди. Теорія функцій комплексного змінного і елементи операційного числення. Харків, ХАІ, 2000.
5. Робочий зошит. Варіаційне числення. Диференціальні рівняння у частиних похідних. Теорія ймовірностей. Харків, ХАІ, 2003.
6. О.Г. Ніколаєв. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. - Харків, "Основа", 2000.
7. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
8. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння. Кратні та криволінійні інтеграли. Елементи теорії векторного поля.: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
9. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 3. Ряди. Інтеграл Фур’є. Функції комплексної змінної та операційне числення. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
10. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 4. Варіаційне числення. Рівняння

математичної фізики. Випадкові процеси: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.

11. О. Г. Ніколаєв. Алгебра і геометрія: підруч.– Харків : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2017.

12. В.П. Дубовик, І.І. Юрик. Вища математика:навч. посіб. у 3 ч., ч.1.– Харків.– Веста, 2008.

13. В.П. Дубовик, І.І. Юрик. Вища математика:навч. посіб. у 3 ч., ч.2.– Харків.– Веста, 2008.

14. В.П. Дубовик, І.І. Юрик. Вища математика:навч. посіб. у 3 ч., ч.3.– Харків.– Веста, 2008.

Допоміжна

1. Дубовик В.П., Юрик П. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. - К. : Ігнатекс-Україна., 2013. - 648 с.
2. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - М.: Наука, 1972.
3. Математика в технічному університеті [Електронний ресурс] : підручник / І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова ; за ред. О. І. Клесова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – Т. 1. – 496 с.
<https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/24338/1/MTU1.pdf>
4. Вища математика в прикладах і задачах: у 2 т. Т.1: Аналітична геометрія та лінійна алгебра. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної: навч. посібник / Л.В.Курпа, Ж.Б.Кашуба, Г.Б.Лінник [та ін.]; за ред. Л.В.Курпи. – Харків: НТУ «ХПІ», 2009. – 532с.
5. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна. — К. : ТВіМС, 2011. — 224 с.
6. Эльсгольд Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969.

15. Інформаційні ресурси

Сайт бібліотеки Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»
<https://library.khai.edu>