

Міністерство освіти і науки України

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
“Харківський авіаційний інститут”

Кафедра «Вищої математики та системного аналізу» (№ 405)
(назва кафедри)



РОБОЧА ПРОГРАМА ВИБІРКОВОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Варіаційні методи
(назва навчальної дисципліни)

Галузь знань: **12 «Інформаційні технології»**
(шифр і найменування галузі знань)

Спеціальність: **124 «Системний аналіз»**
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма: **«Системний аналіз і управління»**
(найменування освітньої програми)

Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)

Харків 2020 рік

Робоча програма «Варіаційні методи» для студентів за спеціальністю
(назва навчальної дисципліни)

124 «Системний аналіз» освітньою програмою «Системний аналіз і управління»

« 09 » червня 2020 р. – 11 с.

Розробник: Головченко О.В., професор кафедри вищої математики та
(прізвище та ініціали, посада, науковий ступінь та вчене звання)
системного аналізу, к.фіз.-мат.н., доцент

(підпис)

Робочу програму розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та
(назва кафедри)
системного аналізу

Протокол № 11 від « 26 » червня 2020 р.

Завідувач кафедри: д.фіз.-мат.н, професор
(науковий ступінь та вчене звання)

(підпис)

О.Г.Ніколаєв
(ініціали та прізвище)

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни (денна форма навчання)
Кількість кредитів – 5	Галузь знань: <u>12 «Інформаційні</u> (шифр та найменування) <u>технології»</u> Спеціальність: <u>124 «Системний аналіз»</u> (код та найменування) Освітня програма: <u>«Системний аналіз і</u> (найменування) <u>управління»</u> Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)	Вибіркова
Модулів – 2		Навчальний рік
Змістових модулів – 2		2022/2023
Індивідуальне науково-дослідне завдання: <u>відсутня</u>		Семестр
Загальна кількість годин – 64/86		<u>6</u> -й
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 4 самостійної роботи студента – 5,37		Лекції*
		32 год.
		Практичні*
		32 - год.
		Лабораторні*
	-	
	Самостійна робота	
	86 год.	
	Індивідуальна робота:	
	-	
	Вид контролю:	
	Модульний контроль (іспит)	

Примітка

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної роботи становить: для денної форми навчання – 64/86.

* Аудиторне навантаження може бути зменшене або збільшене на одну годину залежно від розкладу занять.

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета вивчення: отримання навичок дослідження на екстремум функціоналів, застосування цих навичок у варіаційних методах.

Завдання: формування у студентів знань основних понять, фактів, методів теорії варіаційного числення; ознайомлення із характерними прикладами її застосування; оволодіння уміннями розв'язувати деякі класи крайових задач.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких **компетентностей**:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК1);
- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК2);
- здатність знати та розуміти предметну область і професійну діяльність (ЗК4);
- здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел (ЗК7);
- здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів (ФК2);
- здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі (ФК9);
- здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження і аналізувати дані, отримані в них (ФК10).

Програмні результати навчання:

- знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, векторну та лінійну алгебру, аналітичну геометрію та векторний аналіз, функціональний аналіз в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу (ПРН1);
- знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь у частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики (ПРН4).

Міждисциплінарні зв'язки: алгебра та геометрія, математичний аналіз, звичайні та у частинних похідних диференціальні рівняння, функціональний аналіз, фізика.

3. Програма навчальної дисципліни

Модуль 1.

Змістовий модуль 1. Варіаційне числення

Тема 1. Вступ до дисципліни «Варіаційні методи»

Предмет вивчення і задачі дисципліни «Варіаційні методи». Основні історичні етапи розвитку і становлення варіаційного числення. Задачі, які приводять до варіаційного числення.

Тема 2. Варіація функціонала. Необхідні умови екстремуму

Основні типи векторних просторів і функціоналів варіаційного числення. Постановка найпростішої задачі варіаційного числення. Варіація функціонала.

Основна лема варіаційного числення. Необхідна умова екстремуму функціонала. Рівняння Ейлера–Лагранжа. Окремі випадки інтегрування рівняння Ейлера–Лагранжа.

Тема 3. Деякі узагальнення найпростішої задачі

Варіаційна задача з вільними кінцями. Варіаційна задача для декількох незалежних змінних. Задача для n невідомих функцій. Функціонали, які залежать від похідних вищих порядків. Задача на умовний екстремум функціонала. Задача з рухомими кінцями. Випадок не гладких екстремалей. Умови Вейерштрасса-Ермана.

Тема 4. Достатні умови екстремуму функціонала

Друга варіація функціонала. Умови Лежандра та Якобі. Достатні умови слабкого та сильного екстремуму.

Модуль 2.

Змістовий модуль 2. Застосування варіаційного числення

Тема 1. Канонічні перетворення і варіаційні принципи

Канонічний вигляд рівняння Ейлера-Лагранжа. Канонічні змінні. Перетворення Лежандра. Канонічні перетворення. Теорема Ньотер. Варіаційні принципи механіки.

Тема 2. Проблема мінімуму квадратичного функціонала

Енергетичний простір додатно визначеного оператора. Поповнення енергетичного простору. Теорема про мінімум квадратичного функціонала. Узагальнений розв'язок крайової задачі. Розширення додатно визначеного оператора.

Тема 3. Прямі методи варіаційного числення

Загальний огляд прямих методів. Метод ортогональних рядів. Метод Рунца. Метод Гальоркіна. Метод найменших квадратів. Метод Канторовича.

Тема 4. Застосування варіаційних методів до розв'язання крайових задач

Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь і рівнянь у частинних похідних. Наближене розв'язання звичайних диференціальних рівнянь і двовимірних рівнянь у частинних похідних.

1. Структура навчальної дисципліни

Назви змістовних модулів і тем	Кількість годин				
	Усього	У тому числі			
		л	п	лаб.	с. р.
1	2	3	4	5	6
Модуль 1					
Змістовий модуль 1. Варіаційне числення					
Тема 1. Вступ до дисципліни «Варіаційні методи»	4	2	—	—	2
Тема 2. Варіація функціонала. Необхідні умови екстремуму	20	6	6	—	8

1	2	3	4	5	6
Тема 3. Деякі узагальнення найпростішої задачі	30	6	10	–	14
Тема 4. Достатні умови екстремуму функціонала	24	4	4	–	16
Модульний контроль	2	–	2	–	–
Разом за змістовним модулем 1	80	18	22	–	40
Модуль 2					
Змістовий модуль 2. Застосування варіаційного числення					
Тема 1. Канонічні перетворення і варіаційні принципи	10	2	2	–	6
Тема 2. Проблема мінімуму квадратичного функціонала	12	4	–	–	8
Тема 3. Прямі методи варіаційного числення	14	2	–	–	12
Тема 4. Застосування варіаційних методів до розв'язання крайових задач	32	6	6	–	20
Модульний контроль	2		2		
Разом за змістовним модулем 2	70	14	10		46
Семестровий контроль: іспит (проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску)					
Усього годин з дисципліни	150	32	32	-	86

5. Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	2	3
1	Найпростіша задача варіаційного числення	2
2-4	Окремі випадки інтегрування рівняння Ейлера. Задача для n невідомих функцій. Функціонали, які залежать від похідних вищих порядків.	6
5-6	Варіаційна задача з вільними кінцями. Задача з рухомими кінцями.	4
7-8	Задачі на умовний екстремум функціонала. Випадок не гладких екстремалей.	4

1	2	3
9-10	Достатні умови екстремуму функціонала	4
11	Модульний контроль	2
12	Задачі на застосування варіаційних принципів механіки	2
13	Застосування прямих методів до розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь	2
14-15	Застосування прямих методів до розв'язання крайових задач для рівнянь у частинних похідних	4
16	Модульний контроль	2
	Разом	32

7. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		
2		

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Вступ до дисципліни «Варіаційні методи»	2
2	Варіація функціонала. Необхідні умови екстремуму	8
3	Деякі узагальнення найпростішої задачі	14
4	Достатні умови екстремуму функціонала	16
5	Канонічні перетворення і варіаційні принципи	6
6	Проблема мінімуму квадратичного функціонала	8
7	Прямі методи варіаційного числення	12
8	Застосування варіаційних методів до розв'язання крайових задач	20
	Разом	86

9. Індивідуальні завдання

Відсутнє.

10. Методи навчання

Проведення аудиторних лекцій, практичних занять, індивідуальні консультації (при необхідності), самостійна робота студентів за матеріалами, опублікованими кафедрою (методичні посібники), проведення олімпіад.

11. Методи контролю

Проведення поточного контролю у вигляді тестів, усної задачі індивідуальних робіт, письмового модульного контролю, фінальний контроль у вигляді семестрового контролю: іспит (проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску).

12.Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

12.1. Розподіл балів,які отримують студенти (кількісні критерії оцінювання)

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовний модуль 1			
Робота на лекціях	0...0,5	9	4,5
Робота на практичних заняттях	0...2	10	0...20
Самостійна робота	0...1	10	0...10
Модульний контроль	0...25	1	0...25
Змістовний модуль 2			
Робота на лекціях	0...0,5	7	3,5
Робота на практичних заняттях	0...2	4	0...8
Самостійна робота	0...1	4	0...4
Модульний контроль	0...25	1	0...25
Всього за семестр (*)			0...100

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту складається з двох теоретичних та двох практичних завдань. За кожне теоретичне питання та практичне завдання студент може отримати до 25 балів. Максимальна сума всіх балів – 100.

12.2. Якісні критерії оцінювання

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки:

знати:

- основні задачі варіаційного числення;
- означення варіації функціоналу, необхідні та достатні умови екстремуму функціоналів;
- канонічні рівняння та варіаційні принципи;
- теорію мінімуму квадратичного функціоналу;
- прямі методи варіаційного числення;
- варіаційні методи розв'язання крайових задач.

Необхідний обсяг умінь для одержання позитивної оцінки:

уміти:

- записувати необхідні умови екстремуму основних задач варіаційного числення, знаходити екстремалі;
- досліджувати на екстремум де-які класифункціоналів;
- будувати наближені розв'язки крайових задач прямими методами.

12.3 Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру

Задовільно (60-74). Показати мінімум знань та умінь. Захистити всі індивідуальні завдання. Знаходити екстремалі функціоналів. Відповіді студента розкривають суть питань без достатньої повноти і обґрунтування, або у відповідях є неправильне тлумачення окремих понять та неточність у формулюванні відповідних термінів.

Добре (75-89). Твердо знати матеріал, захистити всі індивідуальні завдання. Знаходити екстремуми функціоналів. Застосовувати прямі методи варіаційного числення. У відповідях студента можуть допускатися окремі помилки не принципового характеру, які не впливають на розкриття суті теоретичних питань. Завдання в цілому виконуються без помилок, але в обґрунтуванні розв'язання є певні недоліки.

Відмінно (90-100). Здати всі контрольні точки з оцінкою «відмінно». Досконально знати всі теми та уміти застосовувати їх.

Курсову роботу не передбачено навчальним планом.

Протягом семестру студент отримує бали за накопичувальною системою згідно з таблицею наведеною в п. 12.1. Дано деякі пояснення до таблиці.

Робота на лекції – активна форма засвоєння матеріалу курсу: 0,5 бала ставиться за продумані питання, які студент задає лектору, участь в обговоренні предмета лекції, відповіді на питання, які по ходу лекції задає викладач. Активність студента може заохочуватися додатковими коефіцієнтами, які множаться на 0,5 бала.

Робота на практичному занятті оцінюється так: 2 бали за самостійно розв'язану задачу або за обґрунтовану відповідь на теоретичне питання з доведенням основних положень; 1 бал за розв'язану задачу за допомогою викладача.

Самостійна робота – 1 бал ставиться студенту за виконання домашнього завдання разом з його захистом.

Індивідуальне завдання включає виконання та захист розрахункової роботи за темами, зазначеними в назві роботи.

Модульний контроль проводиться на 8 і 16 тижнях на практичних заняттях.

Шкала оцінювання: бальна і традиційна

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

13. Методичне забезпечення

Підручники, навчальні посібники, які видані в Університеті:

1. Головченко О.В., Курпа Л.І., Ніколаєв О.Г., Ванін В.А. Вараіаційні методи. Навч. посібник. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2008.
2. Брисіна І.В., Головченко О.В., Ніколаєв О.Г. та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 4. Варіаційне числення. Рівняння математичної фізики. Випадкові процеси. Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
3. Брисіна І.В., Головченко О.В., Ніколаєв О.Г. та ін. Варіаційне числення. Диференціальні рівняння у частиних похідних. Теорія ймовірностей. Робочий зошит. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2003.

Електронний ресурс, на якому розміщено навчально-методичний комплекс дисципліни: [//library.khai.edu](http://library.khai.edu). Комплекс включає в себе такі обов’язкові складові:

- робоча програма дисципліни;
- конспект лекцій, підручники (навчальні посібники), в тому числі в електронному вигляді, які за змістом повністю відповідають робочій програмі дисципліни;
- методичні вказівки та рекомендації для виконання розрахункових та практичних робіт, а також рекомендації для самостійної підготовки;
- тематики індивідуальних завдань;
- приклади розв’язування типових задач чи виконання типових завдань;
- питання для контрольних заходів;

14. Рекомендована література

Базова

1. Брисіна І.В., Головченко О.В., Ніколаєв О.Г. та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 4. Варіаційне числення. Рівняння математичної фізики. Випадкові процеси. Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.

2. Брисіна І.В., Головченко О.В., Ніколаєв О.Г. та ін. Варіаційне числення. Диференціальні рівняння у частиних похідних. Теорія ймовірностей. Робочий зошит. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2003.
3. Головченко О.В., Курпа Л.І., Ніколаєв О.Г., Ванін В.А. Варіаційні методи. Навч. посібник. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2008.
4. Перестюк М.О., Станжицький О.М., Капустян О.В., Ловейкін Ю.В. Варіаційне числення та методи оптимізації. К.: КНУ ім. Т. Шевченка, 2010.

Допоміжна

1. Ахиезер Н.И. Вариационное исчисление. – Харьков: ХГУ, 1981.
2. Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркін Г.Н. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: МГТУ им. Баумана, 2006.
3. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. – М.: ГИФМЛ, 1962.
4. Лаврентьев М.А., Люстерник Л.А. Курс вариационного исчисления. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1950
5. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. – М.: Наука, 1970.
6. Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике. – М.: Мир, 1985.
7. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1965.

15. Інформаційні ресурси

Сайт бібліотеки Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» <https://library.khai.edu>.